

Prof Badr-Ezzamane Mustapha

Annales Concours

ENSAM

Concours 2024

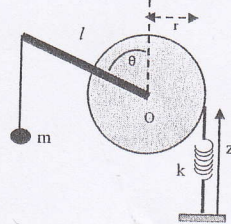
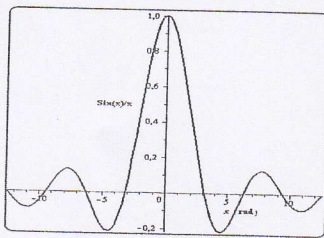
Université Hassan II Casablanca 	Concours d'entrée en 1^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES EXPERIMENTALES ET BRANCHES TECHNIQUES Epreuve de physique / 1 août 2016 Durée : 2h00	Université Moulay Ismail
Nom :	La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature L'épreuve contient 2 pages. Elle est composée de deux parties indépendantes : une partie rédaction et une partie QCM. L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.	
Prénom :		
CNE :		
Signature du candidat		

Physique I (Mécanique) :

Exercice 1:

Un disque, pouvant tourner sans frottement autour d'un axe horizontal, est soumis à l'action d'un ressort de raideur k et celle d'une masse suspendue à l'extrémité d'une tige (sans masse, longueur : l) solidaire passant par son axe. Un fil inextensible relie une extrémité du ressort et le point de la tige situé sur le pourtour du disque ; le fil ne glisse pas sur la poulie. On donne $J = \frac{1}{2}mr^2$ le moment d'inertie du disque par rapport à son axe de rotation. Lorsque le ressort est au repos, la tige est verticale ($\theta = 0$). Déterminer :

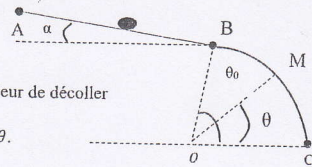
- 1.1. L'énergie potentielle du système.
- 1.2. L'énergie cinétique du système.
- 1.3. L'équation différentielle vérifiée par θ .
- 1.4. Les positions d'équilibres.
- 1.5. En utilisant le graphe ci-dessous et sachant que $\frac{kr^2}{mgl} = 0.5$, déterminer numériquement les positions d'équilibres.
- 1.6. Pour les faibles valeurs de θ , Déterminer le rayon minimal (r_{min}) pour que le mouvement soit stable (Borné).



Exercice 2:

Une piste de ski a le profil représenté ci-dessous. La partie rectiligne ($AB = l$) est inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. La partie BC est une portion d'un cercle (O, r) telle que $(OC, OB) = \theta_0$. On néglige les frottements et on assimile le skieur à un point matériel de masse m qui fait le départ au point A sans vitesse initiale. En fonction de θ_0, α, g, r et l , Déterminer

- 2.1. La réaction de la piste circulaire sur le skieur.
- 2.2. La valeur θ_1 de θ , pour laquelle le skieur quitte la piste BC ?
- 2.3. la relation entre θ_0, α, r et l permettant au skieur de décoller au point B.
- 2.4. L'équation différentielle que satisfait l'angle θ .



QCM Physique I (Mécanique) :

1. Un point matériel se déplaçant dans le plan (xoy) est repéré

par $\begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 \end{cases}$. Le rayon de courbure de sa trajectoire est :

- a. $R_c = 2\sqrt{1+t^2}$ b. $R_c = 2/\sqrt{1+t^2}$ c. $R_c = 2(1+t^2)^{3/2}$ d. $R_c = 2(1+t^2)^{-3/2}$

2. Un disque (D) de centre C et de rayon R se met en mouvement dans le plan (xoy). Il est parfaitement attaché par

un ressort de raideur (k) et de masse négligeable.

Le moment d'inertie de (D) par rapport à son axe est $J = \frac{1}{2}mR^2$

On suppose que le contact au point I s'effectue avec frottement et sans glissement.

L'équation différentielle que satisfait l'abscisse du centre est :

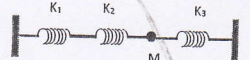
- a. $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ b. $\ddot{x} + \frac{2k}{3m}x = 0$ c. $\ddot{x} + \frac{3k}{2m}x = 0$ d. $\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$

3. Un point matériel M de masse m est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h . On suppose que les frottements sont négligeables. Le champ de pesanteur se met sous la forme suivante $g(z) = \frac{R^2}{(R+z)^2}$. R : rayon de la terre et z l'altitude du point M. La durée suffisante pour que M arrive au sol est :

- a. $(1 + \frac{z}{R})\sqrt{\frac{2h}{g_0}}$ b. $\sqrt{\frac{2h}{g_0}}$ c. $\int_0^h \frac{(1+\frac{z}{R})dz}{\sqrt{2g_0(h-z)}}$ d. $\int_0^h \frac{dz}{\sqrt{2g_0(h-z)}}$

4. La figure ci-dessous représente l'association de trois ressorts de raideurs k_1, k_2 et k_3 . M est un point matériel de masse m . La raideur du ressort équivalent est :

- a. $k_1 + k_2 + k_3$ b. $k_1 + \frac{k_2 k_3}{k_2 + k_3}$ c. $k_2 + \frac{k_1 k_3}{k_1 + k_3}$ d. $k_3 + \frac{k_2 k_1}{k_2 + k_1}$



5. Un neutron de masse m et animé d'une vitesse v_0 (E_{c0}) entre en collision frontale (choc direct) avec un noyau au repos de masse αm (α est un coefficient). Le choc est supposé parfaitement élastique (Conservation de l'énergie cinétique et de quantité de mouvement). En supposant qu'un neutron subit plusieurs chocs successifs dans les mêmes conditions. Au bout de n chocs, l'énergie cinétique du neutron est :

- a. $E_{cn} = \left[\frac{1+k}{1-k}\right]^{2n} E_{c0}$ b. $E_{cn} = n \frac{1-k}{1+k} E_{c0}$ c. $E_{cn} = \left[\frac{1-k}{1+k}\right]^n E_{c0}$ d. $E_{cn} = \left[\frac{1-k}{1+k}\right]^{2n} E_{c0}$

6. En mars 1979, la sonde Voyager 1 s'approchant de Jupiter à une altitude z mesure le champ gravitationnel G créé par cette planète. ($G_1 = G(z_1)$ et $G_2 = G(z_2)$). Le rayon de Jupiter est :

- a. $\frac{z_2 - z_1}{\frac{G_1}{G_2} - 1} - z_1$ b. $\frac{z_1 - z_2}{\frac{G_2}{G_1} - 1} - z_2$ c. $\frac{z_2 - z_1}{\sqrt{\frac{G_1}{G_2} - 1}} - z_1$ d. $\frac{z_1 - z_2}{\sqrt{\frac{G_2}{G_1} - 1}} - z_2$

Fiche de réponse :

Physique I (Mécanique) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1	$E_p =$		1.6	$r_{min} =$	
1.2	$E_c =$		2.1		
1.3			2.2	$\theta_1 =$	
1.4			2.3		
1.5			2.4		

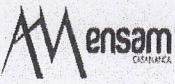
TOTAL/20pts

Fiche de réponse :

QCM Physique I (Mécanique) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
3.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		3.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	

TOTAL/12pts

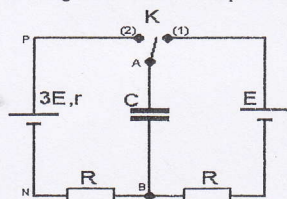
Université Hassan II Casablanca  	Concours d'entrée en 1^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES EXPERIMENTALES ET BRANCHES TECHNIQUES Epreuve de physique / 1 août 2016 Durée : 2h00 La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature L'épreuve contient 2 pages. Elle est composée de deux parties indépendantes : une partie rédaction et une partie QCM. L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.	Université Moulay Ismail  
--	---	--

Physique II (Electricité) :

Exercice 1 : On considère le montage électrique représenté sur la figure ci-dessous. il comporte :

- Un générateur de tension idéal de force électromotrice E.
- Un générateur de tension de force électromotrice 3E et de résistance interne r ;
- Un condensateur C.
- Deux conducteurs ohmiques $R_1 = R_2 = R$.
- Un interrupteur K.

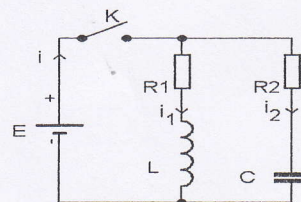
Dans un premier temps, on charge le condensateur sous une tension E (l'interrupteur K est en position (1)).



- 1.1. Donner l'expression de la charge Q_0 prise par le condensateur en régime permanent.
 - 1.2. Donner la valeur de l'intensité du courant i qui traverse le condensateur. À l'instant $t = 0$ on bascule K en position (2).
 - 1.3. Donner la valeur de l'intensité du courant $i(0)$ qui traverse le condensateur.
 - 1.4. Lorsque K est en position (2) depuis très longtemps, quelle est l'expression de la charge finale $q(\infty)$ du condensateur.
- La solution de l'équation différentielle à laquelle obéit $q(t)$ est de la forme $q(t) = A + B e^{-\frac{t}{\tau}}$ où A, B et τ sont des constantes.
- 1.5. Exprimer A et B en fonction des données du problème.
 - 1.6. Comment se nomme τ ? Donner son expression.
 - 1.7. Quelle est l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant ?

Exercice 2 : On considère le montage électrique représenté sur la figure ci-dessous.

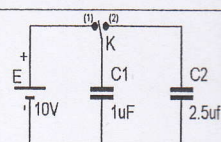
Le condensateur est déchargé à l'instant $t=0$ où on ferme l'interrupteur K. la résistance du générateur de tension est négligeable.



- 2.1. Déterminer l'intensité du courant $i_1(t)$.
- 2.2. Déterminer l'intensité du courant $i_2(t)$.
- 2.3. Déterminer l'instant t_0 où le courant $i(t)$ débité par le générateur de la tension est maximum, et calculer la valeur i_{max} si $L=0.5H$, $C=1\mu F$, $R_1=1\Omega$, $R_2=10^6\Omega$ et $E=2V$.

QCM Physique II (Electricité) :

1. On réalise le montage représenté sur la figure suivante :

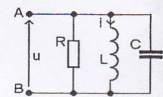


- On bascule l'interrupteur en position 1 puis on le fait passer en position 2. Déterminer :
- 1.1. la charge Q_1 du condensateur C_1 :
a. $2,86 \mu C$; b. $7,15 \mu C$; c. $10 \mu C$; d. $0.5mC$;
 - 1.2. l'énergie totale des deux condensateurs :
a. $14,3 \mu J$; b. $10 \mu J$; c. $50 \mu J$; d. $54,3 \mu J$

2. Dans un circuit RLC parallèle l'équation différentielle vérifiée par i en fonction de :

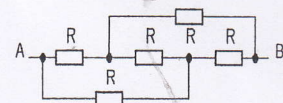
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } \lambda = \frac{1}{2RC\omega_0} \text{ est donnée par : } \frac{d^2 i}{dt^2} + 2\lambda \omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0.$$

Déterminer :



- 2.1. l'impédance équivalente du dipôle AB pour $\omega = \omega_0$:
a. R ; b. $1/\sqrt{LC}$; c. 0 ; d. ∞ ;
- 2.2. la valeur de R pour avoir le régime critique (régime qui correspond au retour le plus rapide de i vers zéro sans oscillations) sachant que $i(t=0)=i_0 \neq 0$ et $u(t=0)=0$.
a. $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$; b. $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$; c. $2 \sqrt{\frac{L}{C}}$; d. $2 \sqrt{\frac{C}{L}}$;

3. Quelle est la résistance équivalente du dipôle AB du montage suivant :



- a. R ; b. 3R ; c. 5R ; d. 7R
4. Un voltmètre se comporte comme :
a. Un fil (résistance 0Ω)
b. Un interrupteur ouvert (résistance infinie)
c. une résistance de faible valeur
d. une résistance de forte valeur ($>1M\Omega$)

Physique II (Electricité) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1.	$Q_0 =$		1.6.	$\tau =$	
1.2.	$i(\infty) =$		1.7.	$i(t) =$	
1.3.	$i(0) =$		2.1.	$i_1(t) =$	
1.4.	$q(\infty) =$		2.2.	$i_2(t) =$	
1.5.	A =	B =	2.3.	$t_0 =$	i_{max}

TOTAL/20pts

QCM Physique II (Electricité) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		2.2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
1.2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		3.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
2.1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		4.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	

TOTAL/12pts

TOTAL de l'épreuve de physique /64pts

Corrigé Physique 2016 sc. exp 3 BT.

Physique II (Electricité) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0				
N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse
1.1.	$Q_0 = C\bar{E}$		1.6.	Constante du temps $\tau = (R+r)C$
1.2.	$i(\infty) = 0$		1.7.	$i(t) = C \cdot \frac{2\bar{E}}{C} e^{-t/\tau} = \frac{2\bar{E}}{R+r} e^{-t/\tau}$
1.3.	$i(0) = \frac{2\bar{E}}{R+r}$		2.1.	$i_1(t) = \frac{\bar{E}}{R_1} (1 - e^{-\frac{R_1}{\tau} t})$
1.4.	$q(\infty) = C \cdot u_c(\infty) = 3\bar{E}C$		2.2.	$i_2(t) = \frac{\bar{E}}{R_2} e^{-t/R_2C}$
1.5.	$A = 3\bar{E}C$ $B = -2\bar{E}C$		2.3.	$t_0 = \infty$ $i_{max} = \frac{\bar{E}}{R_1}$
TOTAL/20pts				

QCM Physique II (Electricité) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

N° question		Réponse				Note	N° question				Réponse				Note
1.1.		a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐		2.2.		a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐			
1.2.		a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐		3.		a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐			
2.1.		a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐		4.		a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐			
TOTAL/12pts															
TOTAL de l'épreuve de physique /64pts															

Fiche de réponse :						Physique I (Mécanique) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0					
N° question		Réponse		Note	N° question		Réponse		Note		
1.1	$E_p =$				1.6.	$r_{min} =$					
1.2.	$E_c =$				2.1.						
1.3.					2.2.	$\theta_1 =$					
1.4.					2.3.						
1.5.					2.4.						
TOTAL/20pts											
Fiche de réponse : QCM Physique I (Mécanique) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1											
N° question		Réponse		Note	N° question		Réponse		Note		
1.	a. ☐ b. ☐ c. ☒ d. ☐				4.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☒					
2.	a. ☒ b. ☐ c. ☐ d. ☐				5	a. ☐ b. ☐ c. ☒ d. ☐					
3.	a. ☐ b. ☒ c. ☐ d. ☐				6	a. ☐ b. ☐ c. ☒ d. ☐					
TOTAL/12pts											



Concours d'entrée en 1^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès



SERIES : SCIENCES EXPERIMENTALES ET BRANCHES TECHNIQUES

Epreuve de physique

Durée: 2h20min

Le 2 Août 2014

- L'épreuve contient 4 pages. Elle est composée de deux parties indépendantes : une partie rédaction et une partie QCM.
- Répondre dans la feuille « fiche de réponse ».
- L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.

PARTIE REDACTION

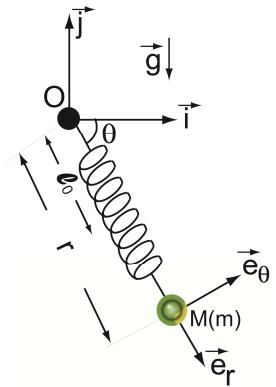
Physique I: (Mécanique) (Les parties A et B sont indépendantes)

Partie A

Le ressort étudié a une masse négligeable, une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k . Une de ses extrémités est accrochée à une pointe O liée à un mur. Dans l'autre extrémité est attaché un point matériel M de masse $m=5\text{kg}$. Le système (Masse m + Ressort) tourne librement dans un plan vertical autour de O. Le mouvement peut être repéré dans les deux référentiels suivants:

- $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ un référentiel fixe considéré galiléen et lié au mur,
- $\mathcal{R}_s$ un référentiel tournant muni de la base polaire $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ où M est repéré par ses coordonnées polaires r et θ .

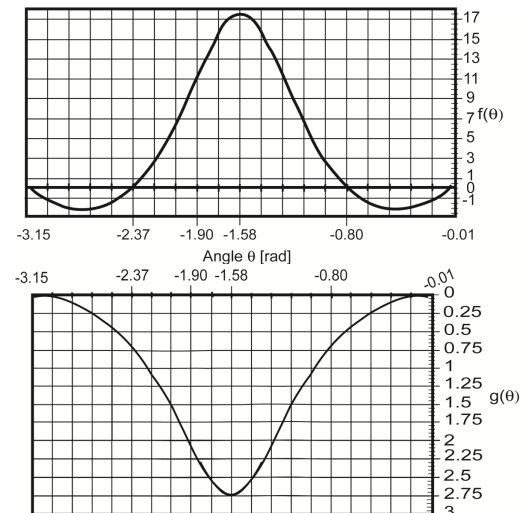
L'angle $\theta(\vec{i}, \vec{e}_r)$ est compté positivement dans le sens trigonométrique. A l'équilibre, le système (Masse m + Ressort) est stabilisé à une position verticale du fait de la pesanteur terrestre. On prendra $g=9.81\text{m/s}^2$ et on négligera les frottements de l'air.



1. Exprimer les différentes forces s'exerçant sur la masse M.
2. Lorsque le système est à l'équilibre, exprimer la distance à l'origine r_e du point M.
3. Exprimer le vecteur $\vec{j}$ dans la base polaire.

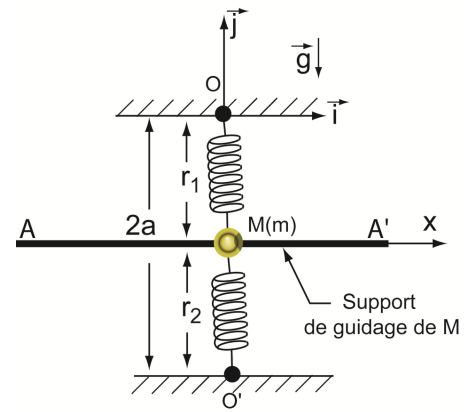
Le point M est maintenant lâché sans vitesse initiale et sans imposer de compression au ressort avec un angle $\theta=0$ (horizontalement). Un système de capteur permet le suivi temporel de la position du point M pendant un laps de temps. A partir de cette acquisition de données, les deux fonctions suivantes sont calculées: $g(\theta) = r - l_0$ et $f(\theta) = r\dot{\theta}^2 - \ddot{r}$.

4. Donner l'expression de la vitesse $\vec{v}(M/\mathcal{R})$.
5. Donner l'expression de l'accélération $\vec{\gamma}(M/\mathcal{R})$.
6. En projetant sur la base polaire l'équation vectorielle issue de l'application du principe fondamental de la dynamique sur le point M, donner les deux équations différentielles en r et en θ .
7. Ré-exprimer l'équation différentielle contenant le terme $\ddot{r}$ à l'aide des fonctions $f(\theta)$ et $g(\theta)$.
8. A partir des deux figures ci-contre et de l'équation obtenue en 7, déterminer la valeur moyenne de (k/m) .
9. D'après les questions précédentes calculer k et l_0 . (On prend $r_e = 298\text{cm}$)



Partie B

Supposant maintenant que la masse $M(m)$ est reliée à deux ressorts, identiques à celui étudié précédemment dans la partie A, placés verticalement (figure ci-contre). Les extrémités O et O' des ressorts sont fixées à des points fixes et distants de $2a$, avec $a > l_0$. A l'équilibre, on désignera par r_1 la longueur du ressort OM et par r_2 celle du ressort $O'M$.



10. A l'équilibre, calculer les longueurs r_1 et r_2 des ressorts en fonction de m , g , a et k .

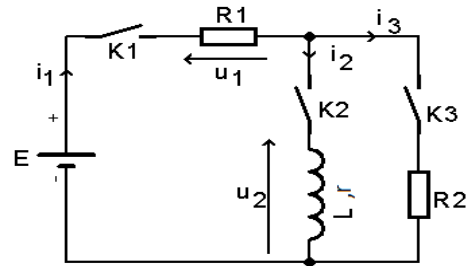
Considérant maintenant que la masse $M(m)$ peut coulisser sur un dispositif convenable assurant un guidage parfait (sans frottement) suivant l'axe AA' . On suppose que l'on peut faire l'approximation $r_1 = r_2 = a$. On déplace horizontalement la masse m avec la distance δ à partir de sa position d'équilibre et on lâche le système sans vitesse initiale.

11. Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse m .
12. Dans le cas où $\delta \ll a$, déduire l'expression de la période T du mouvement de la masse m .

Physique II (Electricité) :

On considère le circuit représenté sur le schéma ci-dessous, il comporte :

- Un générateur de tension continue E .
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne r .
- Deux conducteurs ohmiques $R_1 = 10\Omega$ et $R_2 = 10\Omega$.
- Trois interrupteurs K_1 , K_2 et K_3 .

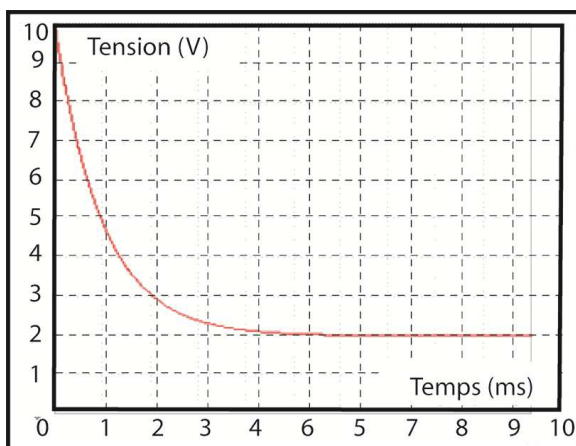


Toutes les parties sont indépendantes et les valeurs des composants peuvent changer d'une partie à l'autre.

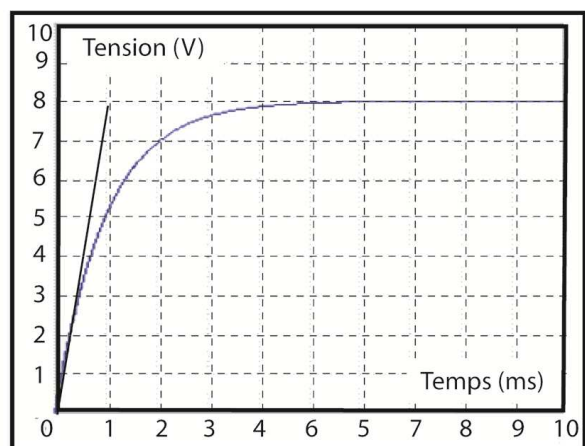
Partie A : K_1 et K_2 sont fermés et K_3 est ouvert.

On note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

À cet instant, on procède à l'enregistrement de la tension aux bornes de la résistance R_1 et de celle aux bornes de la bobine L . On obtient les courbes $y_1 = f(t)$ et $y_2 = g(t)$.



Courbe $y_1 = f(t)$



courbe $y_2 = g(t)$

1. Identifier la grandeur y_1 (tension aux bornes de la résistance ou tension aux bornes de la bobine).
2. Donner la valeur de la force électromotrice E du générateur de tension.

Le circuit étudié peut être caractérisé par sa constante de temps τ . Pour un circuit (R, L) , on pose : $\tau = \frac{L}{R}$

3. Donner l'expression de R en fonction de R_1 et r .
4. Donner l'expression de $u_1(t)$ en fonction de E , R_1 , r et τ .

5. On admet que : $i_1(t) = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$. Calculer la valeur de A.
6. Calculer la valeur de r .
7. Donner la valeur de τ déterminée graphiquement.
8. En déduire la valeur de L .
9. Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Partie B : K1, K2 et K3 sont fermés.

Dans cette partie, on note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives. On remplace L par une bobine d'inductance $L_1=10\text{mH}$ et de résistance interne négligeable.

10. A $t=0^+$, calculer l'intensité du courant i_1 .
11. Etablir l'équation différentielle qui relie l'intensité du courant $i_2(t)$ et sa dérivée en fonction de E , R_1 , R_2 et L_1 .
12. Résoudre cette équation différentielle en supposant que l'intensité initiale du courant est $i_2(0)=0$.
13. Donner l'expression en fonction du temps de la tension u_1 .
14. Calculer les intensités i_1 et i_3 en régime permanent.
15. Calculer le temps de montée de l'intensité du courant $i_2(t)$, celui-ci étant le temps nécessaire pour passer de 10% à 90%.
16. Calculer la résistance équivalente vue par la source de tension en régime permanent.

Partie C:

Dans cette partie, les interrupteurs **K1, K2 et K3 étaient fermés** pendant un long intervalle de temps. A l'instant $t=0$ on garde K2 et K3 fermés et on ouvre K1.

17. Etablir l'équation différentielle qui relie l'intensité du courant i_2 et sa dérivée.
18. Etablir en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant i_2 .

PARTIE QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES

Important: Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Pour chaque question, on vous propose 4 réponses. Cocher la réponse juste par une croix dans la case correspondante.

Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

1. Une balle A est lancée, sans vitesse initiale, à partir du toit d'un immeuble de hauteur H . En même temps, une balle B est lancée avec une vitesse initiale v_0 du bas vers le haut du bâtiment. Quand A et B rentrent en collision, on a $v_a=2v_b$. Supposons que la collision se produit à une hauteur h et à l'instant t_c .

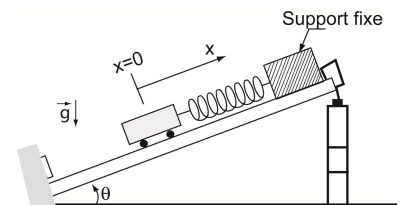
1.1 La vitesse initiale de la balle B est :

a. $v_0 = \sqrt{g \left(H + \frac{3gh}{2} \right)}$ b. $v_0 = \sqrt{\frac{gH + 3gh}{2}}$ c. $v_0 = \sqrt{H - \frac{3gh}{2}}$ d. $v_0 = \sqrt{gH + \frac{2h}{H}}$

1.2 Le temps en lequel la collision entre les deux balles se produit est:

a. $t_c = \frac{2}{3}g$ b. $t_c = \frac{2}{3}v_0g$ c. $t_c = \frac{2v_0}{3g}$ d. $t_c = \frac{v_0}{3g}$

2. Soit un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k . L'une des extrémités du ressort est fixée et l'autre est liée à un chariot de masse m qui se déplace sans frottement sur un plan incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. A cause du chariot, le ressort s'étire légèrement tel que $l > l_0$.



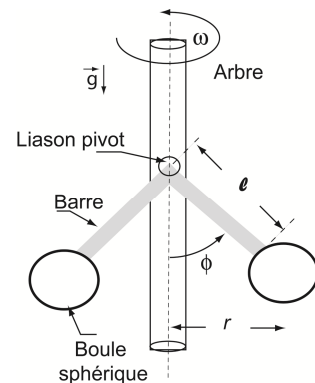
2.1 A l'équilibre, l'expression de l est:

a. $l = l_0 + \frac{mg \sin \theta}{k}$ b. $l = \frac{mg \cos \theta}{k}$ c. $l = l_0 + mgk \cos \theta$ d. $l = mgl_0 + k \sin \theta$

2.2 Maintenant, on déplace le chariot le long de la rampe de façon à comprimer le ressort à partir de la position d'équilibre jusqu'à une distance x_0 de l'origine. Ensuite, on le relâche (On prendra l'origine $x=0$ la position du chariot à l'équilibre). Donner la vitesse du chariot lorsqu'il revient à sa position d'équilibre ?

a. $\sqrt{gx_0 \sin \theta + \frac{k}{2m} x_0^2}$ b. $\sqrt{mg \sin \theta + \frac{k}{2m} x^2}$ c. $\sqrt{2gx_0 \sin \theta + \frac{k}{m} x_0^2}$ d. $\sqrt{g \sin \theta + \frac{k}{2m} x_0^2}$

3. La figure ci-contre est un régulateur à boules de James Watt. C'est un système permettant de réguler la vitesse de rotation d'une machine à vapeur. Il est constitué de 2 sphères, chacune est de masse m et est attachée à un bras rigide de masse négligeable et de longueur l , lié à un arbre rotatif, et libre de pivoter vers le bas et vers le haut.



- 3.1. Le système est en marche, les boules sphériques décrivent un cercle de rayon r autour de l'arbre de rotation. Quelle est l'accélération des boules ?

- a. $\omega l^2 \cos \varphi$ b. $\omega^2 l \sin \varphi$ c. $\omega l \sin \varphi$ d. $\frac{\sin \varphi}{\omega l}$

- 3.2. Quelle est la valeur minimale $\omega_{\min}$ de la vitesse angulaire pour que le dispositif fonctionne correctement ?

- a. $\sqrt{gl \sin \varphi}$ b. $\sqrt{\frac{g}{l}}$ c. $\frac{g}{l\omega^2}$ d. $\frac{l}{g} \cos \varphi$

- 3.3. Le rayon de la trajectoire des sphères est :

- a. $\sqrt{l \left(1 - \frac{mg^2}{l^2} \cos \varphi \right)}$ b. $\sqrt{l \left(1 - \frac{g^2}{l^2} \cos \varphi \right)}$ c. $\sqrt{l \left(1 - \frac{g^2}{l^2 \omega^4} \right)}$ d. $\sqrt{l^2 - \frac{g^2}{\omega^4}}$

4. En alternative, un voltmètre mesure :

- a. la valeur maximale de la tension. c. la valeur efficace de la tension.
b. la valeur minimale de la tension. d. la valeur instantanée de la tension.

5. L'impédance Z d'un dipôle :

- a. est indépendante de la fréquence N de la tension alternative. c. diminue avec cette fréquence.
b. augmente avec cette fréquence. d. varie avec cette fréquence.

6. Une bobine se comporte comme un conducteur ohmique :

- a. lorsque le courant qui la traverse change de valeur. c. en régime permanent.
b. lorsque la tension entre ces bornes change de valeur. d. en régime variable.

7. La tension ne peut pas présenter de discontinuité :

- a. aux bornes d'un condensateur. c. aux bornes d'un conducteur ohmique.
b. aux bornes d'une bobine. d. aux bornes d'un interrupteur.

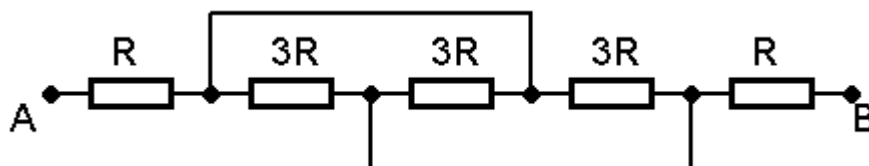
8. Dans un régime apériodique d'un circuit RLC, le courant :

- a. passe par un maximum puis converge vers une valeur finale. c. oscille en convergeant vers une valeur finale.
b. converge de façon monotone vers sa valeur finale. d. oscille en divergeant.

9. La constante d'amortissement d'un circuit RLC est :

- a. L/R c. LR
b. $2L/R$ d. $L/2R$

10. Quelle est la résistance équivalente du dipôle AB du montage suivant :



- a. $3R$ c. $7R$
b. $5R$ d. $11R$

Epreuve de physique

Durée: 2h00

Le 2 Août 2014

Fiche de réponse

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Physique I (Mécanique) : Barème : Une réponse juste : 3pts, Une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse		Note
1.	$\vec{P} = -mg\vec{j}$ et $\vec{T} = -k(l_0 - r)\vec{e}_r$		3
2.	$r_e = l_0 + mg/k$		3
3.	$\vec{j} = \sin\theta\vec{e}_r + \cos\theta\vec{e}_\theta$		3
4.	$\vec{v}(M/\mathcal{R}) = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$		3
5.	$\vec{\gamma}(M/\mathcal{R}) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$		3
6.	$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - (r - l_0)\frac{k}{m} - g\sin\theta$	$\ddot{\theta} = -\frac{g\cos\theta}{r} - \frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r}$	1.5/1.5
7.	$g(\theta)\frac{k}{m} = f(\theta) - g\sin\theta$		3
8.	Valeur moyenne $\left(\frac{k}{m}\right) \approx 10$		3
9.	$k \approx 50\text{ N/m}$	$l_0 \approx 2\text{ m}$	1.5/1.5
10.	$r_1 = a\left(1 + \frac{mg}{2ak}\right)$	$r_2 = a\left(1 - \frac{mg}{2ak}\right)$	1.5/1.5
11.	$\ddot{x} = -\frac{2k}{m}\left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{a^2 + \delta^2}}\right)x$		3
12.	$T = 2\pi\left(\sqrt{\frac{m}{2k(1 - l_0/a)}}\right)$		3
TOTAL/36pts			

Physique II (Electricité) : Barème : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse	Note
1.	y_1 représente la tension aux bornes de la bobine	2
2.	$E=10V$	2
3.	$R=R_1+r$	2
4	$u_1(t) = E \frac{R_1}{R_1+r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = \frac{L}{R_1+r}$	2
5.	$A=I_1(\infty)/R_1=0,8A$	2
6.	$r= u_2(\infty)/I_1(\infty)=2,5\Omega$	2
7.	$\tau=1ms$	2
8.	$L=\tau*(R_1+r)=12,5mH$	2
9.	$w = \frac{1}{2} L I_2^2(\infty)=4mJ$	2
10.	$i_1(0^+) = E/(R_1+R_2)=0,5A$	2
11.	$L_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{di_2}{dt} + i_2 = \frac{E}{R_1}$	2
12.	$i_2(t) = \frac{E}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$ avec $\tau_1 = L_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$	2
13.	$u_1(t) = E \left(1 - \frac{R_2}{R_1+R_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$	2
14.	$i_1(\infty)=E/R_1=1A$ $i_3(\infty)=0$	1+1
15.	$t_m=\tau_1 \ln 9 =4,394ms$	2
16.	$R_{eq}=R_1=10\Omega$	2
17.	$i_2 + \frac{L_1}{R_2} \frac{di_2}{dt} = 0$	2
18.	$i_2(t) = i_2(0)e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ avec $i_2(0) = 1A$ et $\tau_2 = \frac{L_1}{R_2} = 1ms$	2
TOTAL/36pts		

PARTIE QCM :Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

	N° question	Réponse				Note
Mécanique	1.1.	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	
	1.2.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	2.1	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	2.2	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	3.1	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	
	3.2	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	
	3.3	a. ☐	b. ☐	c. ☐	d. ☒	
Electricité	5.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	6.	a. ☐	b. ☐	c. ☐	d. ☒	
	7.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	8.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	9.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	10.	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	
	11.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
Total /28pts						

W

Concours commun d'accès en Première année de l'ENSAM	
Université Moulay Ismail Meknès Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers - Meknès	Université Hassan II Mohammedia-Casablanca Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers - Casablanca

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Physique

Durée : 2h 15 min

le 29 juillet 2013

- L'épreuve contient 5 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Calculatrice non autorisée

Physique I (Mécanique) : Les parties I et II sont indépendantes.

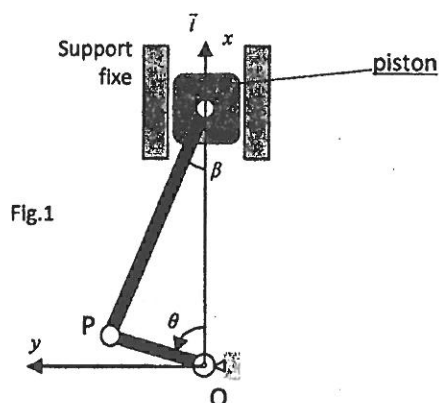
L'objet de l'étude est un système, composé de 3 solides rigides (figure 1) qui sont un piston (un petit cylindre de masse m_p), une tige rigide (PQ) (inextensible) de longueur l , de masse négligeable et un bras (OP) de longueur R et de masse m_b , de moment d'inertie I_b (par rapport à l'axe fixe (O, Δ)). La tige (PQ) permet de lier le piston avec le bras et reste tout le temps en liaison avec le bras (au point P) et avec le piston (au point Q). Le mouvement du piston est une translation suivant l'axe vertical Ox , celui du bras (OP) est une rotation d'axe fixe (O, Δ) avec une vitesse de rotation constante ω_0 (rd/s). On note (figure 1):

- angle de rotation instantanée du bras: $\theta(t)$; angle d'inclinaison de la tige par rapport à Ox : $\beta(t)$,
- position instantanée du piston: $x(t)$ telle que $\overrightarrow{OQ} = x(t)\vec{i}$, avec $\vec{i}$ est le vecteur unitaire suivant Ox ;
- Rapport des dimensions: $\varepsilon = R/l$, L'accélération de la pesanteur: $\vec{g} = -g\vec{i}$, avec $g(\text{m/s}^2)$.

Important : La présente étude concerne seulement la plage de fonctionnement: $0 \leq \theta(t) \leq \pi$, correspondant à la descente du piston.

Partie I : l'objet de cette partie consiste à déterminer le couple produit sur le bras lors de la descente du piston.

1. En se basant sur un raisonnement purement géométrique (relations dans le triangle OPQ), exprimer l'angle d'inclinaison $\beta(t)$ en fonction de $\theta(t)$ et ε ; puis exprimer la position du piston $x(t)$ en fonction de R , l et $\theta(t)$.
2. Quelle approximation peut-on considérer pour que $x(t)$ peut s'écrire sous la forme: $x(t) \approx A \cos \theta(t) + B$, où A et B sont des constantes à identifier. Cette approximation sera considérée dans la suite du problème et on écrit: $x(t) = A \cos \theta(t) + B$.
3. Exprimer $\theta(t)$ (sachant que $\theta(t=0) = 0$), la vitesse $v(t)$ puis l'accélération $\gamma(t)$ du piston en fonction de R , ω_0 et le temps t .



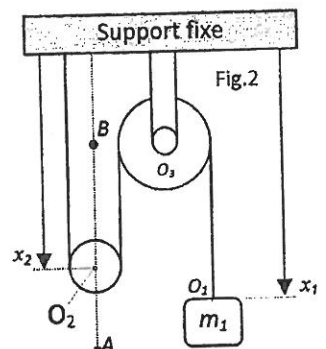
Dans la suite, on considère que le piston est soumis sur sa face supérieure à une force supplémentaire $\vec{F} = -F(t)\vec{i}$, où $F(t) = F_0 \sin \theta(t)$ et F_0 est une constante positive donnée.

- On désigne par $\vec{F}_{p/t}$ et $\vec{F}_{b/t}$ les forces appliquées sur la tige, respectivement par le piston (p) au point Q et par le bras (b) au point P. Etant donné que la masse de la tige (PQ) est négligeable, en appliquant le PFD (principe fondamental de la dynamique), trouver la relation entre ces deux forces en précisant leurs directions. Justifier la relation : $\vec{F}_{t/p} + \vec{F}_{p/t} = \vec{0}$, où $\vec{F}_{t/p}$ est la force appliquée par la tige (t) sur le piston (p) au point Q.
- Au moyen d'un schéma (voir fiche des réponses), tracer le bilan des forces appliquées sur le piston. Respecter le sens du mouvement indiqué.
- En appliquant le PFD et en tenant compte de l'approximation $\cos \beta \approx 1$, déterminer le module de la force $\vec{F}_{t/p}$, en fonction de m_p , g , $\dot{x}$, $\ddot{x}$, θ , λ et F_0 . En déduire le module de $\vec{F}_{t/b}$ (force de la tige (t) sur le bras (b) au point P).
- En appliquant le PFD (équation des moments) au bras, déterminer le couple $C(t)$ produit sur ce bras, lors de la descente du piston, en fonction de m_p , m_b , g , $\dot{x}$, $\ddot{x}$, θ , $\ddot{\theta}$, λ , F_0 , R , I_b , sachant que la distance du point O à la droite (PQ) est approximée par $h(t) = R \sin \theta$. Exprimer $C(t)$ en fonction de m_p , m_b , g , λ , F_0 , R , ω_0 et le temps t .

Partie II : Un système S de levage (fig.2) est constitué d'une masse m_1 , d'une poulie d'axe mobile, d'une poulie d'axe fixe et d'un câble inextensible, tel que :

- Poulie mobile : centre O_2 , rayon R_2 , masse m_2 , moment d'inertie négligé,
- Poulie d'axe fixe : centre O_3 (qui fait la distance d par rapport au support fixe), rayon R_3 , moment d'inertie I_3 , vitesse de rotation (par rapport à son axe fixe) $\omega_3(t)$,
- Câble : inextensible, longueur totale L , de masse négligeable.

La trajectoire du point O_2 est le segment de droite AB. On désigne par $x_1(t)$ et $x_2(t)$ les positions instantanées respectives de la masse m_1 et de la poulie mobile. Le sens positif est orienté vers le bas, l'accélération de la pesanteur g est également vers le bas.



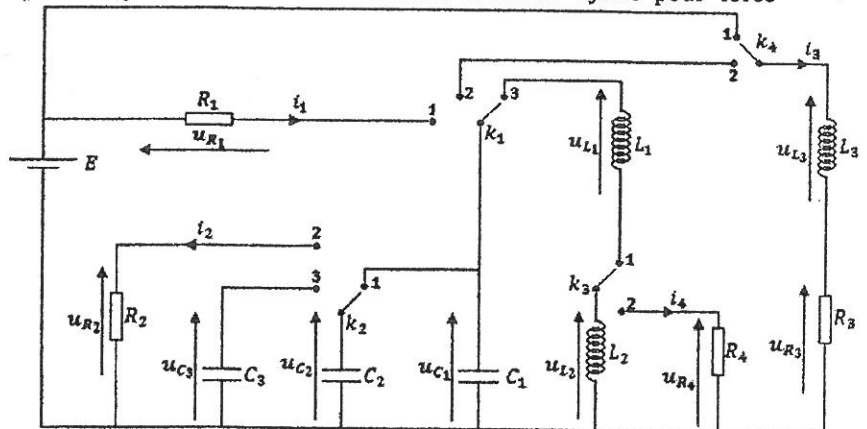
- On note x_{01} et x_{02} les positions initiales (à $t=0$) respectives de m_1 et de m_2 , exprimer l'énergie potentielle Ep_1 de m_1 et Ep_2 de m_2 en fonction de m_1 , m_2 , g , x_1 , x_2 , x_{01} et x_{02} en considérant Ep_1 nulle en x_{01} et Ep_2 nulle en x_{02} .
- Exprimer l'énergie cinétique E_c de S en fonction de m_1 , m_2 , I_3 , $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ et ω_3 ; En déduire son énergie mécanique E_m en fonction de m_1 , m_2 , I_3 , R_3 , g , x_1 , x_2 , x_{01} , x_{02} , $\dot{x}_1$ et $\dot{x}_2$.
- Du fait que le câble est inextensible, sa longueur totale L vérifie à chaque instant l'équation $L = x_1 + 2x_2 + C$. Trouver la constante C en fonction de R_2 , R_3 et la distance d .
- Trouver l'accélération γ de la poulie mobile en fonction de m_1 , m_2 , I_3 , R_3 et g .
- A l'instant initial, les vitesses sont nulles. Trouver les équations horaires des vitesses $v_1(t)$, $v_2(t)$ et des positions $x_1(t)$, $x_2(t)$ en fonction de γ , x_{01} , x_{02} et le temps t .
- En considérant à nouveau qu'à l'instant initial, les vitesses sont nulles (système au repos) et en se basant sur le résultat de la question 11, distinguer les cas possibles à propos du mouvement du système S.
- Dans cette question, on supprime la masse m_1 et on tire verticalement vers le bas le câble par une force F (au point O_1) à fin de faire monter la masse m_2 . Exprimer cette force F (en statique) en fonction de m_2 et g . Peut-on imaginer l'intérêt pratique de ce système ?
- Déterminer cette force si en plus on souhaite que la poulie 2 ait une accélération γ constante donnée. Faire le calcul pour $m_2 = 100 \text{ Kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ et $\gamma = -2 \text{ m/s}^2$.

Physique II (Electricité) : Les parties A, B, C, D et E sont indépendantes.

Le montage ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue ayant pour force électromotrice : $E = 10V$.

Il comporte :

- Trois condensateurs de capacités : C_1, C_2 et C_3 .
- Trois bobines d'inductances : L_1, L_2 et L_3 , ayant toutes des résistances internes négligeables.
- Quatre conducteurs ohmiques : R_1, R_2, R_3 et R_4 .
- Quatre interrupteurs : k_1, k_2, k_3 et k_4 .



Le tableau suivant regroupe l'ensemble des composants avec leurs valeurs.

Composant	Nature	Valeur
R	Résistance	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$
L	Bobine	$L_1 = L_2 = 50 \text{ mH}$ et $L_3 = 100 \text{ mH}$
C	Condensateur	$C_1 = C_2 = 10 \mu F$ et $C_3 = 100 \mu F$

Partie A. k_1 est en position (1) et k_2 est en position (1).

Dans cette partie, on note : C , la capacité du condensateur équivalent aux deux condensateurs C_1 et C_2 en parallèle, et t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives. On suppose qu'à l'instant t_0 , les condensateurs sont totalement déchargés.

1. Quelle est la valeur de la capacité C en μF ?
2. A l'instant t_0 , quelle est la valeur, en mJ , de l'énergie stockée au sein du circuit ?
3. En supposant que $C = 5 \mu F$, quelle est la valeur, en ms , de la constante du temps du circuit ?
4. On donne l'expression temporelle de la tension : $u_{C_1}(t) = A(1 - e^{-B \cdot t})$. Déduire les constantes A et B en fonction de R_1, C et E .
5. Donner l'expression temporelle du courant $i_1(t)$ en fonction de R_1, C et E .

Partie B. k_2 est en position (2).

Dans cette partie, on note : t_0 , l'instant où l'interrupteur k_2 bascule vers la position (2), et on suppose que $u_{C_2}(t_0) = 10V$.

6. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de R_2 et C_2 .
7. Pour quelle valeur de R_2 , en $k\Omega$, la constante du temps aurait du être égale à $10ms$?
8. Quelle est l'énergie, en mJ , stockée dans le condensateur C_2 à l'instant t_0 ?

Partie C. k_4 est en position (1).

9. Donner l'expression temporelle de la tension u_{L_3} en fonction de L_3, R_3 et E .

10. Quelle est la valeur, en régime permanent, du courant i_3 en mA ?
11. Lorsque le régime permanent est établi, quelle sera l'énergie stockée, en mJ , au niveau de la bobine ?

Partie D. k_1 est en position (3), k_2 est en position (1) et k_3 est en position (1).

Dans cette partie, on note L l'inductance équivalente des bobines L_1 et L_2 en série, et t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

On suppose aussi que $u_{C_1}(t_0) = 5V$.

12. Quelle est la valeur, en mH , de l'inductance L ?
13. Quelle est la valeur, en mJ , de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine L_1 ?
14. Quelle est la valeur maximale du courant traversant la bobine L_1 ?

Partie E. k_1 est en position (2), k_2 est en position (1) et k_4 est en position (2).

15. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} .

(Voir correction 8-11ath)

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS-MEKNES

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
Filières : Sciences Expérimentales, et Techniques

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30

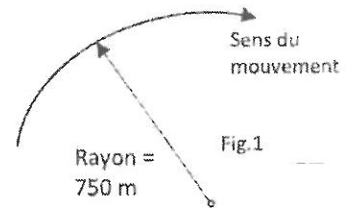
Meknès, le 26 juillet 2012

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Physique I (Mécanique) : Les parties I, II, et V sont indépendantes, les parties III et IV sont enchainées.

Partie I : Une motocyclette roule sur un tronçon circulaire (virage) d'une route de 750 m de rayon. Elle roule avec une vitesse de 100 km/h. A un moment donné, le motocycliste ralentit avec une accélération constante. On désigne par v , γ_t , γ_n et γ la vitesse instantanée, l'accélération tangentielle, l'accélération normale et le module de l'accélération, respectivement. Sachant qu'au bout de 8s, la vitesse de la motocyclette est réduite à 75 km/h, calculer au début de freinage:

1. L'accélération tangentielle et l'accélération normale γ_t et γ_n de la motocyclette
2. Le module γ de l'accélération et l'angle α que fait la composante tangentielle γ_t avec le vecteur accélération $\vec{\gamma}$.
3. Tracer sur le schéma, en respectant le sens de mouvement (fig.1) les différentes accélérations γ_t , γ_n , $\vec{\gamma}$ et α .



Partie II : La motocyclette a parcouru sur une route droite, une distance d , en 4 phases telles que :

- Phase 1 ($0 \leq t \leq 6s$) : elle part avec une vitesse initiale nulle, mais avec une accélération constante ($\gamma=1m/s^2$) durant un temps de 6s
- Phase 2 ($6s \leq t \leq t_2$) : à partir de $t_1=6s$, elle a une accélération également constante mais de valeur $\gamma=1,5m/s^2$, durant un temps Δt_2 inconnu ; à la fin de cette deuxième phase, elle atteint la vitesse $v=12$ m/s,
- Phase 3 ($t_2 \leq t \leq t_3$) : elle conserve cette vitesse ($v=12m/s$) pendant un temps Δt_3 inconnu
- Phase 4 ($t_3 \leq t \leq 40s$) : elle est en freinage, sa décélération est constante, et elle s'arrête complètement en 6s.

Le temps total de la circulation du trajet est de $T=40s$. Les origines de la position $x(t)$ et le temps t sont prises égales à zéro.

4. Calculer la vitesse de la motocyclette en $t=t_1=6s$ et calculer les temps t_2 et t_3 .
5. Calculer sa position $x(t)$ pour $t=t_1$, $t=t_2$ et $t=t_3$. Calculer ensuite la distance totale parcourue d .

Partie III : Dans cette partie, on considère que la motocyclette soit de masse m (y compris la masse du motocycliste), qui roule sur un plan horizontal ou incliné avec une vitesse v (parallèle au chemin de déplacement). La motocyclette se met en mouvement grâce à son moteur qui développe une force de traction F . On note par $g(m/s^2)$ l'accélération de la pesanteur. Lors de son mouvement, la motocyclette est soumise à deux forces qui s'opposent au mouvement :

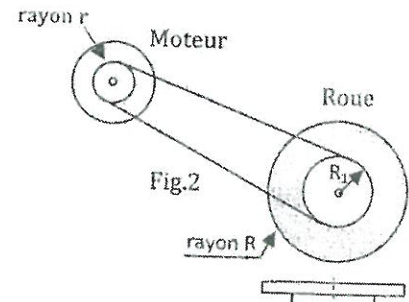
- Force F_r (appelée résistance au roulement), donnée par la formule : $F_r = f_r mg$, où f_r est un coefficient supposé constant;
- Force F_a , résistance de l'air (appelée force aérodynamique), donnée par l'expression: $F_a = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2$, où ρ , A et C_d sont des constantes. ρ : masse volumique de l'air, A : surface frontale de la motocyclette et C_d : coefficient constant. La vitesse v est exprimée en m/s et F_a (N).

Les directions de F_r et F_a sont *parallèles* à la direction du mouvement. Pour les applications numériques, on prendra : $g=10 \text{ m/s}^2$, $m=200 \text{ kg}$, $\rho = 1.25 \text{ Kg/m}^3$, $A=0.6 \text{ m}^2$, $C_d=0.75$, $f_r = 0.007$.

6. Pour une accélération constante γ , sur *plan horizontal*, exprimer la force de traction F de la motocyclette que son moteur doit fournir en fonction de la vitesse v , l'accélération γ et des données. Après A.N., donner F en fonction de v et γ , uniquement.
7. Dans cette question, la motocyclette grimpe une pente, qui fait un angle $\alpha=5^\circ$ par rapport à l'horizontale, avec la loi de vitesse, décrite dans la partie précédente (Partie II). Faire l'A.N. et donner la force F en fonction de v *seulement*, pour les phases 1 et 4. Pour quelle vitesse v , F sera nulle (phase 2).

Partie IV : Dans l'objectif de déterminer les relations entre les grandeurs relatives au moteur de la motocyclette à celles relatives à la roue, nous considérons le montage d'essai de la figure 2 : le moteur entraîne l'une des deux roues (cette roue est appelée par la suite roue motrice) à travers une courroie *inextensible* (assimilée à un brin) et *sans glissement* (dans ce montage, les axes de rotation sont supposés fixes). La roue motrice est assimilée à un plateau composé de deux cylindres homogènes coaxiaux en aluminium de rayons respectifs R et R_1 , ayant même hauteur h , la masse volumique de l'aluminium est $\rho_a=2690 \text{ kg/m}^3$. On donne :

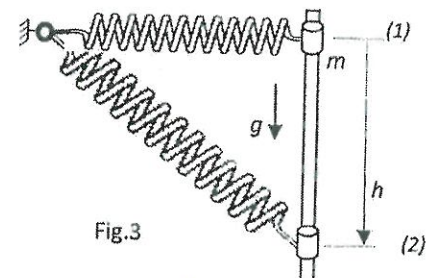
- Le moment d'inertie du moteur : *négligée*
- Rayon de l'arbre moteur où passe la courroie : $r=5,75 \text{ cm}$
- Grand rayon de la roue motrice, $R=21 \text{ cm}$, hauteur h ($h=0.2 \text{ cm}$)
- Rayon au niveau de la roue (motrice), où passe la courroie, $R_1=11,5 \text{ cm}$



8. Exprimer le moment d'inertie de la roue motrice, I_r , en fonction de ρ_a , h , R et R_1 . Calculer I_r (kg.m^2). Rappel : le moment d'inertie d'un cylindre de rayon R par rapport à son axe est donné par $I = mR^2/2$.
9. Exprimer la vitesse angulaire ω_R de la roue motrice en fonction de la vitesse angulaire ω_m du moteur et les rayons r et R_1 . Justifier votre réponse. En déduire une relation similaire entre les accélérations angulaires $\dot{\omega}_m$ et $\dot{\omega}_R$. On pose par la suite : $G = \omega_R / \omega_m$.
10. Le couple T_e développé par le moteur est transmis à la roue motrice à travers la courroie, on désigne sa valeur par T_R , appliqué sur la roue. On admet la relation entre ces deux couples : $T_e = G.T_R$. Soit F_m la composante tangentielle qui matérialise l'action appliquée par le sol sur la roue motrice. Par application du principe de la dynamique à la roue, exprimer F_m en fonction de R , G , I_r , $\dot{\omega}_R$ et T_e .
11. Pour un couple $T_e = k\omega_m$ (k est une constante), et après A.N., exprimer F_m en fonction de ω_R , $\dot{\omega}_R$ et k .
12. Pour une force F_m nulle, donner l'équation différentielle du mouvement de la roue sous la forme $a\dot{\omega}_R + b\omega_R = 0$, où on précise les constantes a et b en fonction de k , R , G , et I_r . Après A.N., donner ω_R en fonction du temps t (on prendra $k=20$).

Partie V : On considère un système composé d'un petit cylindre assimilé à un point matériel de masse $m=10 \text{ kg}$ et d'un ressort de raideur $k=500 \text{ N/m}$ et de longueur initiale $l_0 = 100 \text{ mm}$, sa longueur dans la position horizontale (1) est $l=200 \text{ mm}$. La masse m glisse sans frottement le long d'une tige verticale, tel qu'il est illustré sur la figure 3. La masse est lâchée du repos à partir de la position (1), elle atteint la position (2), située à la distance h avec une vitesse v_2 (2). On choisit la position (1) comme référence pour l'énergie potentielle due à la pesanteur. On note E_p : énergie potentielle, E_c : énergie cinétique et E_m : énergie mécanique, relatives au système.

13. Calculer E_{p1} et E_{m1} du système (masse-ressort) dans la position (1).
14. Exprimer E_{p2} , E_{c2} en fonction de m , g , l , l_0 , h , k et v_2 , du système dans la position (2).
15. Exprimer la vitesse v_2 de la masse lors de son passage vers le bas devant la position h , en fonction de m , g , h , l , l_0 et k . Calculer v_2 pour $h=150 \text{ mm}$.



Physique II (Electricité) :

Problème.

Sur la figure (Fig.1) est schématisé un circuit électrique comportant un générateur de tension continue de force électromotrice $E = 10 \text{ V}$, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, trois conducteurs ohmiques de résistances R_1 , R_2 et R_3 , et quatre interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .

On utilise une centrale d'acquisition qui permet de visualiser les tensions u_C et u_L et le courant i_L .

Toutes les expériences sont indépendantes, et les valeurs de R_1 , R_2 , R_3 , L et C peuvent changer d'une expérience à l'autre.

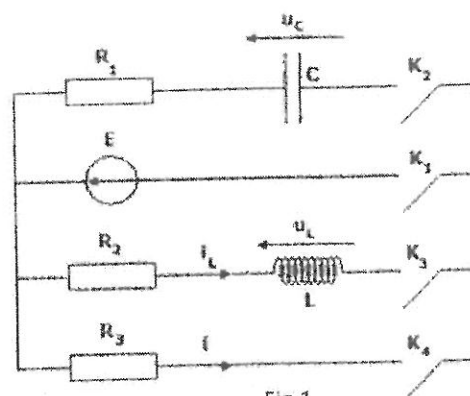


Fig.1

Expérience A.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés, K_3 et K_4 sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C en fonction de E , R_1 et C .
2. La résistance $R_1 = 20 \Omega$, et la constante du temps du circuit vaut $0,4 \text{ ms}$. Déduire la valeur de la capacité C .
3. Une fois le condensateur totalement chargé, quelle sera l'intensité du courant i_C qui le parcourt?
4. Si l'on remplace R_1 par deux conducteurs ohmiques montés en parallèle de résistances $R = 10 \Omega$ chacun. Quelle sera la valeur de la constante du temps du nouveau circuit ?

Expérience B.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_3 sont fermés, K_2 et K_4 sont ouverts.

Le courant i_L est reporté sur la figure (Fig.2).

5. Quelle est la valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL ?
6. En déterminant la valeur finale du courant i_L , donner la valeur de la résistance R_2 .
7. Déduire la valeur de l'inductance L .

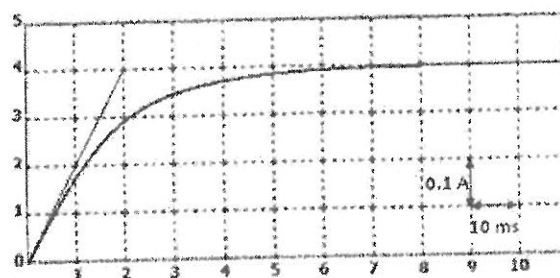


Fig.2

Expérience C.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_2 et K_4 sont fermés, K_1 et K_3 sont ouverts.

A l'instant $t=0$, le condensateur, supposé de capacité $C = 50 \mu\text{F}$, est complètement chargé.

L'évolution de la tension u_C et reportée sur la figure (Fig.3).

La résistance $R_1 = 20 \Omega$.

8. Quelle est la valeur de la sensibilité verticale (l'échelle en V/div)?
9. En déterminant la constante du temps du circuit, déduire la valeur de la résistance R_3 .

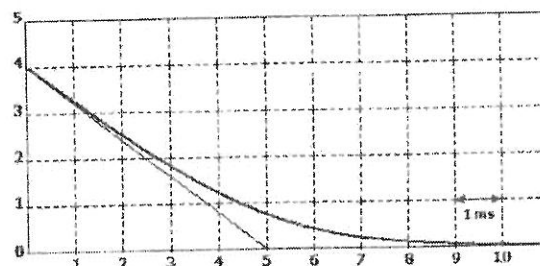


Fig.3

Expérience D.

On court-circuite les conducteurs ohmiques R_1 et R_2 (on peut supposer $R_1 = R_2 = 0$) et on remplace la bobine par une autre d'inductance L' et de résistance r .

Le condensateur est complètement chargé, et est supposé de capacité $C = 50 \mu\text{F}$.

A l'instant $t=0$, les interrupteurs K_2 et K_3 sont fermés, K_1 et K_4 sont ouverts.

L'évolution de la tension u_c et reportée sur la figure (Fig.4).

10. En supposant que la pseudo-période est à peu près égale à la période propre d'oscillation du circuit LC, calculer la valeur de l'inductance L' .

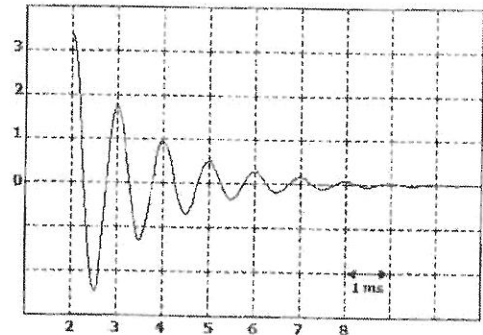


Fig.4

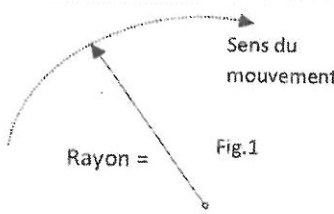
Exercice.

Répondre par Vrai ou Faux

1.	La constante de temps d'un dipôle RL est inversement proportionnelle à la valeur de la résistance.
2.	La constante du temps d'un circuit RL est égale à la durée nécessaire pour que le courant y circulant se stabilise.
3.	La période propre d'oscillation d'un circuit LC augmente lorsque la valeur de la capacité C augmente.
4.	On peut considérer que la résistance interne d'une bobine L n'a aucun effet sur la période d'oscillation d'un circuit LC.
5.	La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours inférieure à la valeur de la capacité la plus faible.
6.	Dans un circuit LC parfait la tension aux bornes du condensateur tend vers zéro en régime permanent.
7.	L'intensité du courant dans un circuit RC en début de charge est non nulle même si le condensateur est initialement déchargé.
8.	La résistance équivalente de deux conducteurs ohmiques en série est toujours supérieure à la valeur de la résistance la plus grande.
9.	On ne peut pas utiliser un oscilloscope pour mesurer l'intensité du courant dans un circuit RC.
10.	L'impédance d'un condensateur en régime continu est très faible.
11.	La valeur efficace d'une tension sinusoïdale peut être négative.
12.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance d'une bobine augmente.
13.	Si le courant traversant une bobine est constant, alors forcément la tension à ses bornes est nulle.
14.	La tension aux bornes d'un condensateur est en avance de phase par rapport au courant le traversant.
15.	La capacité équivalente de deux condensateurs en parallèle est toujours de valeur supérieure à la valeur de la capacité la plus grande.
16.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance du condensateur augmente.
17.	En régime continue, un condensateur est équivalent à un court-circuit.
18.	Quand un condensateur est totalement chargé, le courant qui le traverse est nul.
19.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RC, est toujours apériodique.
20.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RLC en régime libre, est toujours pseudopériodique.

2012

Cette feuille ne doit porter **aucun signe indicatif ni signature**
Filières Sciences Expérimentales et Techniques

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15					Note
1.	Accélération tangentielle : $\gamma_t = 0,86 \text{ m/s}$				
	Accélération normale : $\gamma_n = 1,02 \text{ m/s}$				
2.	Module de l'accélération $\gamma = 1,33 \text{ m/s}$ Angle $\alpha(\vec{\gamma}, \vec{\gamma}_t) (^{\circ}) = 49,8^{\circ}$				
3. (Schéma, fig.1)					
4. Vitesse ($t=t_1$) : $v_1 = 6 \text{ m/s}$		$t_2 = 10 \text{ s}$	$t_3 = 22 \text{ s}$		
5. Positions : $x(t=t_1) = 18 \text{ m}$		$x(t=t_2) = 153 \text{ m}$	$x(t=t_3) =$	$d = 453 \text{ m}$	
6. Force de traction : $F = \frac{1}{2} \rho A C_d V^2 - f_v mg + m\delta$					
A.N. $F(v, \gamma) = 0,28 V^2 + 200\delta - 14$					
7. Phase 1 : $F = 0,28 V^2 + 560,2$		Phase 4 : $F = 0,28 V^2 + 160,3$			
$v = 23,92 \text{ m/s}$					
8. Moment d'inertie $I_r = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 h (R^2 + R_1^2)$			A.N. $I_r = 6,14 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$		
9. $\omega_R = \frac{r}{R_1} \omega_m$		Justification : $V_R = V_m \Rightarrow R_1 \omega_R = r \omega_m \Rightarrow \omega_R = \frac{r}{R_1} \omega_m$		$\dot{\omega}_R = \frac{r}{R_1} \dot{\omega}_m$	
10. Force : $F_m = \frac{I_R}{R_1} \dot{\omega}_R + \frac{I_e}{a} R_1$					
11. $F_m = I_R \dot{\omega}_R + \omega_R R_1$					
12. Constante a = I_R		Constante b =		$\omega_R(t) = \alpha e^{-\frac{b}{a} t}$	
13. Energies (1) : $E_{p1} = 2,5 \text{ J}$			$E_{m1} = 2,5 \text{ J}$		
14. Energies (2) : $E_{p2} = -m g \cdot h$ $E_{c2} = \frac{1}{2} m v_x^2$					
15. Vitesse : $v_2 = \sqrt{2gh + \frac{k}{m} (t - t_0)^2}$				A.N. $v_2 = 2,031 \text{ m/s}$	

Physique II

Cette feuille est un document à rendre et ne doit porter aucun signe indicatif ou signature du candidat

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	Note
1.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c en fonction de E , R_1 et C .	$R_1 C \frac{du_c}{dt} + u_c = E$	
2.	La valeur de la capacité C .	$C = 2 \cdot 10^{-5} F = 20 \mu F$	
3.	L'intensité du courant i_c qui parcourt le condensateur.	$i_c = 0$	
4.	La valeur de la constante du temps du nouveau circuit.	$\tau = 100 ms$	
5.	La valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL.	$\tau = 20 ms$	
6.	La valeur de la résistance R_2 .	$R_2 = 25 \Omega$	
7.	La valeur de l'inductance L .	$L = 0,5 H$	
8.	La sensibilité verticale (l'échelle en V/div)?	$s = 2 V/div$	
9.	La valeur de la résistance R_3 .	$R_3 = 80 \Omega$	
10.	La valeur de l'inductance L' .	$L' = 1,5 mH$	

Exercice (bonne réponse +1, mauvaise réponse -0.5)

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
1.	Vrai	
2.	Faux	
3.	Vrai	
4.	Vrai	
5.	Vrai	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
6.	Faux	
7.	Vrai	
8.	Vrai	
9.	Vrai	
10.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
11.	Faux	
12.	Faux	
13.	Faux	
14.	Faux	
15.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
16.	Vrai	
17.	Vrai	
18.	Vrai	
19.	Vrai	
20.	Faux	

8/6

Note

/40

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
Filières : Sciences Expérimentales, et Techniques

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30

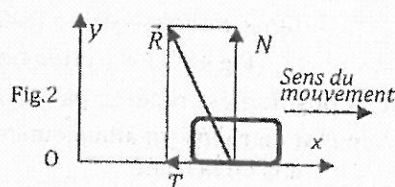
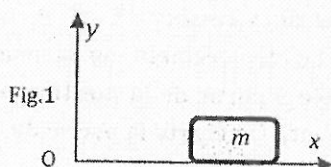
Meknès, le 09 Aout 2011

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche de réponses »
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Les pages 5/6 et 6/6 sont des fiches des réponses à rendre.

Exercice 1.

On considère un corps solide, de masse m , qui glisse horizontalement sur le sol suivant l'axe (Ox) du repère galiléen $R(Oxyz)$, Fig. 1. On lui donne une vitesse initiale v_0 (sens positif de Ox), soit d la distance parcourue avant de s'arrêter à cause du frottement entre le corps mobile et la surface de glissement. On rappelle qu'en présence du frottement, la force $\vec{R}$ du sol sur le solide est telle que $\vec{R} = N \vec{y} + T \vec{x}$ avec $|T| = \mu N$ (fig.2), μ est une constante positive, appelée coefficient de frottement ; le sens de la composante T est de sens contraire du mouvement du corps par rapport au sol.

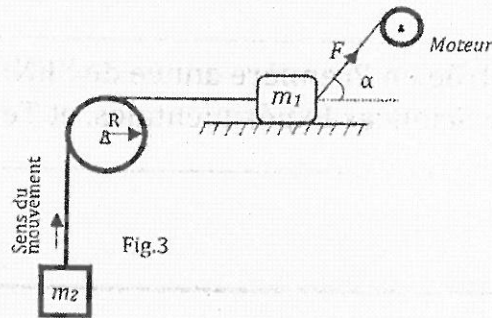


1. En utilisant la deuxième loi de Newton, exprimer l'accélération γ du corps en fonction de μ et g . En déduire la nature de son mouvement.
2. Exprimer le coefficient de frottement μ en fonction de v_0 , g et d . Calculer μ pour $v_0 = 10 \text{ m/s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ et $d = 50 \text{ m}$.
3. Déterminer l'équation horaire $x(t)$; A l'instant initial ($t = 0$), on prend l'abscisse de m : $x = 0$.
4. Exprimer le temps t_1 mis pour parcourir la distance d , en fonction de v_0 et d . Calculer t_1 .
5. On réalise un autre essai dans les mêmes conditions, mais cette fois-ci, le plan est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, le corps se déplace vers le haut suivant la droite de plus grande pente. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer le coefficient de frottement μ en fonction de v_0 , g , d et α .

Exercice 2.

Soit le système composé de deux masses m_1 et m_2 et d'une poulie de rayon R et de moment d'inertie J_A par rapport à son axe (fixe). Le câble liant les deux masses et passant par la poulie est inextensible et ne glisse pas sur la poulie. A l'aide d'un moteur, la masse m_1 est tirée par une force de grandeur F dont

la droite d'action fait un angle α par rapport à l'horizontale (Fig.3). Le coefficient de frottement entre m_1 et la surface de glissement est μ . On note par γ l'accélération des deux masses.



6. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à la masse m_1 , exprimer la force T_1 , appliquée par le câble sur m_1 , en fonction de F , α , μ , m_1 , g et γ .
7. En appliquant la même loi à la masse m_2 , exprimer la force T_2 , appliquée par le câble sur m_2 , en fonction de m_2 , g et γ .
8. Exprimer l'accélération γ , en fonction de F , α , μ , m_1 , m_2 , g , J_s et R .
9. Le moteur qui tire la masse m_1 permet de régler la valeur de F , pour quelle valeur de F , l'accélération γ sera nulle.
10. Le moteur cesse d'appliquer la force F (c'est-à-dire : $F=0$), exprimer l'accélération γ des masses m_1 et m_2 , en fonction de m_1 , m_2 , g , J_s et R . On néglige les frottements dans cette question.

Exercice 3.

On considère le système composé d'une masse ponctuelle m et deux ressorts R_1 et R_2 de raideurs respectives k_1 et k_2 (Fig.4). Les frottements sont négligés. Le déplacement de la masse m est horizontal et sa position est repérée par l'abscisse $x(t)$, comptée à partir de la position où les deux ressorts sont en état de repos (ni allongement ni raccourcissement). On écarte la masse de sa position d'équilibre ($x=0$) puis on la lâche.



11. Exprimer les énergies potentielles E_{p1} et E_{p2} des deux ressorts en fonction de k_1 , k_2 et $x(t)$.
12. Exprimer l'énergie cinétique E_c de la masse m en fonction de m et la vitesse $\dot{x}(t)$.
13. Par application du théorème de conservation de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle du mouvement de la masse m . En déduire la période du mouvement du système en fonction de m , k_1 et k_2 .

Dans ce qui suit, on prend $k = k_1 = k_2$.

14. Par un chronomètre, on mesure la durée de 100 périodes et on trouve $\Delta t = 50$ s, exprimer puis calculer la raideur k sachant que la masse $m = 0.1$ Kg.
15. Donner l'équation horaire $x(t)$ (avec application numérique) sachant qu'à l'instant $t=0$: $x(0) = 4$ cm et $\dot{x}(0) = 1$ m/s.

Exercice 4.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 24V$, deux condensateurs de capacités respectives : $C_1 = 10 \mu F$ et $C_2 = 150 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

L'interrupteur k est en position (1).

16. Donner l'expression de la capacité équivalente C des deux capacités C_1 et C_2 .
17. Calculer sa valeur numérique.
18. Donner l'expression de la tension aux bornes de la capacité C_2 lorsque les deux condensateurs sont complètement chargés.
19. Calculer sa valeur numérique.
20. Donner l'expression de la charge électrique Q_2 du condensateur C_2 .

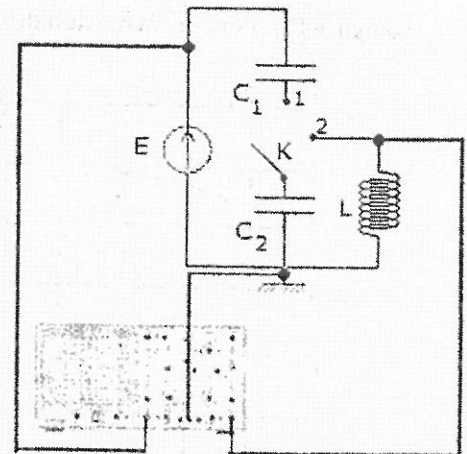
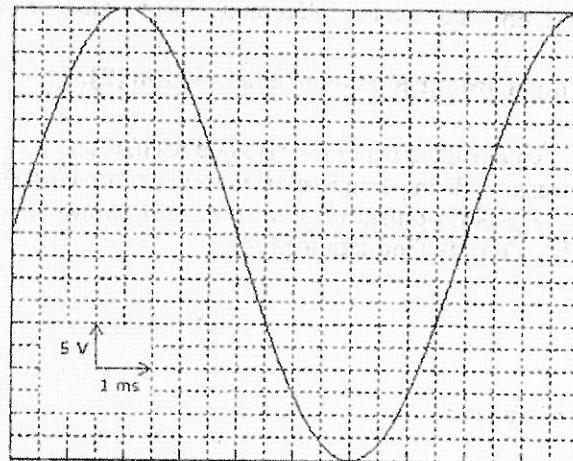


Fig.4

L'interrupteur k est en position (2).

La figure (5) illustre la tension aux bornes de la bobine L .

Fig.5



21. Donner l'équation différentielle vérifiée par cette tension qu'on note $u_L(t)$.
22. Donner l'expression de la tension $u_L(t)$.
23. Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de L et C_2 .
24. Calculer sa valeur numérique.
25. Déduire la valeur de l'inductance L .

Exercice 5.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 15V$, deux résistances R_1 et R_2 , un condensateur de capacité $C = 42 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

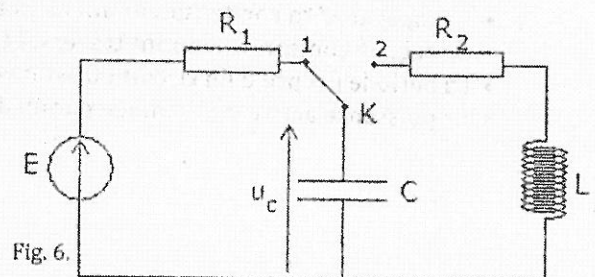


Fig. 6.

La figure (7) montre l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

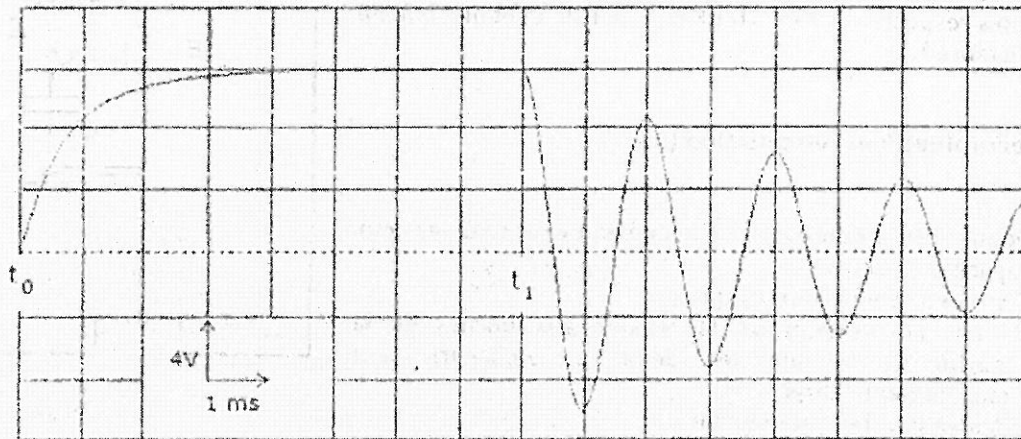


Fig. 7.

A l'instant t_0 , l'interrupteur K est en position (1).

26. La constante du temps du circuit RC étant égale à 0.9 ms. Quelle est la valeur de la résistance R_1 ?
 27. Une fois le condensateur est complètement chargé, calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

A l'instant t_1 , l'interrupteur K bascule à la position (2).

28. Déterminer la valeur de la pseudo-période d'oscillation.
 29. Donner l'expression de la période d'oscillation propre d'un circuit LC.
 30. Sachant que la pseudo-pulsation peut être approximée par la pulsation propre d'un circuit LC, déterminer la valeur de l'inductance L.

Exercice 6.

Répondre par vrai ou faux.

- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.
- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.
- La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.
- La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.
- La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.
- La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.
- La capacité d'un condensateur augmente d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.
- En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.
- La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.
- La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières : Sc. Exp., et Tech

FICHE DES REPONSES : Exercices 1, 2 et 3		Note
1. Accélération de la masse m : $\gamma = -\frac{\mu N}{m}$	Nature mouvement : rectiligne uniformément retardée	
2. Coefficient de frottement : $\mu = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{d}$	A.N. $\mu = 0,1$	
3. Equation horaire : $x(t) = -\frac{1}{2} \gamma t^2 + V_0 t$		
4. Temps mis : $t_1 = -\frac{1}{2} \gamma t^2 + V_0 t = d$	A.N. $t_1 = 10s$	
5. Coefficient de frottement : $\mu = \frac{\frac{1}{2} V_0^2 - g d \sin \alpha}{g d \cos \alpha}$		
6. Force du câble sur m_1 : $T_1 = F \cos \alpha + \mu m g + m \gamma$		
7. Force du câble sur m_2 : $T_2 = m_2 g + m \gamma$		
8. Accélération de la masse m : $\gamma = \frac{F R \cos \alpha + \mu m_1 g R - m_2 g R}{m_2 R - m_1 R + (J/R)}$		
9. Force F pour laquelle $\gamma = 0$: $F = \frac{m_2 g R - \mu m_1 g R}{R \cos \alpha}$		
10. Accélération des masses : $\gamma = \frac{\mu m_1 g R - m_2 g R}{m_2 R - m_1 R + (J/R)}$		
11. Energies potentielles :	$E_{p1} = \frac{1}{2} (K_1 - K_2) x^2$	$E_{p2} = \frac{1}{2} (K_2 - K_1) x^2$
12. Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$		
13. Equation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k_1 + k_2}{m} x = 0$	Période : $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$	
14. Raideur des ressorts : $k = k_1 + k_2$	A.N. $k = 6,8 \times 10^2 \text{ N/m}$	
15. Equation horaire : $x(t) = 4 \cos(12,56 t)$		

Cette feuille ne doit porter **aucun signe indicatif ni signature**

Filières : Sc. Exp., et Tech

FICHE DES REPONSES : Problème et Exercice 4

Partie 1		Réponse	Note
16.	La valeur limite de la tension $u_c(t)$:	$u_c(t \rightarrow +\infty) =$	
17.	L'amplitude de la tension E :	$E =$	
18.	L'équation différentielle qui lie la tension $u_c(t)$ à la tension E :		
19.	L'expression de la constante du temps du dipôle :	$\tau =$	
20.	La valeur numérique de la constante de temps :	$\tau =$	
21.	La valeur de la capacité C :	C	
22.	L'énergie emmagasinée dans la capacité une fois complètement chargée :	$E_c =$	
23.	L'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$:		
24.	L'expression exacte de la tension :	$u_c(t) =$	
25.	La valeur de la constante de temps ?	$\tau =$	
26.	La valeur de la résistance R_2 :	$R_2 =$	
Partie 2		Réponse	Note
27.	La valeur efficace de la tension E :	$E_{eff} =$	
28.	La valeur de la fréquence f :	$f =$	
29.	Le déphasage entre les deux tensions :	$\varphi =$	
30.	La valeur de la capacité C :	$C =$	
Exercice 4		Réponse juste : +1 & Réponse fausse : -1	Note (+1/-1)
Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.		F	
Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.		V	
La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.		V	
La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.		F	
La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.		V	
La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.		V	
La capacité d'un condensateur augment d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.		F	
En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.		F	
La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.		F	
La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.		F	

Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers – Meknès
Sciences Expérimentales et Branches Techniques

Matière : Physique
Durée totale : 3h

Remarque importante : Cette épreuve est composée de deux parties :
- Une partie rédaction distribuée au début ;
- Une partie QCM distribuée après 1h30mn.

Partie rédaction :

On donne $g = 10\text{m/s}^2$.

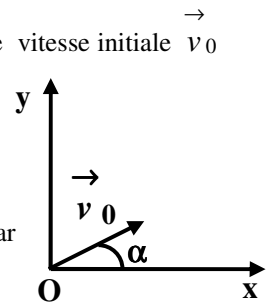
Exercice 1

A- Une masse ponctuelle $m=343\text{g}$ est abandonnée en chute libre, sans vitesse initiale, d'un point O. Dans cet exercice, la hauteur est mesurée à partir du plan horizontal passant par O.

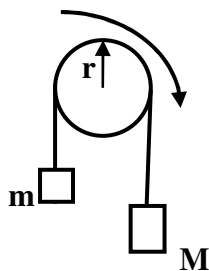
- 1- Quelle sera la vitesse atteinte par cette masse lorsqu'elle aura parcouru une distance de 7,2m ?
- 2- La masse est ramenée au point O, puis lancée verticalement vers le haut. Après deux secondes la masse repasse par le point O.
 - a- Avec quelle vitesse initiale la masse a-t-elle été lancée ?
 - b- Jusqu'à quelle hauteur est-elle montée ?

3- La masse m est à nouveau ramenée en O, puis lancée à l'instant $t=0$ vers le haut avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ de module 12m/s, faisant avec le plan horizontal passant par O un angle $\alpha = 30^\circ$. Le mouvement s'effectue dans le plan (Oxy).

- a- Déterminer l'équation de la trajectoire de la masse dans le repère (Oxy).
- b- Quelle sera la hauteur maximale atteinte par la masse m ?
- c- A quel instant la masse repassera-t-elle au niveau du plan horizontal passant par O ?



B- La masse $m=343\text{g}$ est maintenant accrochée à un fil inextensible, de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie mobile sans frottements autour d'un axe horizontal. L'autre extrémité du fil est accrochée à une masse $M=637\text{g}$.



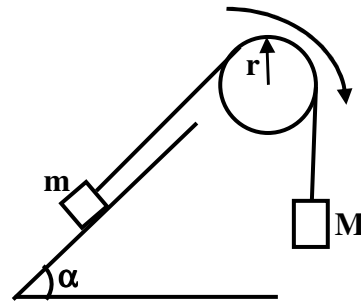
- 1- On néglige, seulement dans cette question, la masse de la poulie. Calculer :
 - a- L'accélération de la masse m .
 - b- Les tensions des deux brins du fil.
- 2- En réalité la poulie a un moment d'inertie $J=1,96.10^{-3}\text{Kg.m}^2$, son rayon est $r=10\text{cm}$. Calculer :
 - a- La nouvelle valeur de l'accélération de la masse m .
 - b- Les tensions des deux brins du fil.

3- Maintenant la masse m se déplace, sans frottements, suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné sur le plan horizontal de $\alpha = 30^\circ$. Le système part à l'instant $t=0$ sans vitesse initiale.

a- Calculer l'accélération de la masse m .

b- Quelle est la longueur parcourue, au bout de deux secondes, par la masse m sur le plan incliné ?

c- A l'instant $t=2s$ le fil est coupé et la masse m n'est plus alors attachée à ce dernier. A quel instant, à partir de l'origine des temps, la masse m repassera par sa position de départ (sa position à $t=0$)? On suppose que le plan incliné est suffisamment long pour que la masse m ne puisse pas le quitter.



Exercice 2

On associe en série un générateur basse fréquence (GBF), une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$, un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ et un interrupteur K . Le GBF délivre une tension $u(t)$ rectangulaire périodique de période T telle que :

- si t appartient à l'intervalle $[0, T/2]$, $u(t) = U_0 = 10 \text{ V}$;

- si t appartient à l'intervalle $[T/2, T]$, $u(t) = 0$.

1- Représenter $u(t)$ sur l'intervalle $[0, 2T]$.

2- A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et la tension $u(t)$ prend la valeur U_0 .

2.1- Faire un schéma du montage en indiquant le sens du courant et les différentes tensions.

2.2- Etablir l'équation différentielle caractérisant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pendant l'intervalle $[0, T/2]$.

2.3- On donne comme solution de l'équation différentielle : $u_C(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$. Déterminer littéralement et numériquement A et α . En déduire l'expression numérique de $u_C(t)$.

2.4- Donner l'allure de la courbe $u_C(t)$ dans le cas où $T/2$ est très supérieure au produit RC .

2.5- Déterminer l'expression de l'énergie stockée à chaque instant par le condensateur. Que vaut cette énergie en fin de charge du condensateur ($T/2 \gg RC$).

2.6- A quel instant t_1 , la charge du condensateur vaut 99,9 % de la charge maximale ?

3- A l'instant $t = T/2$, la tension $u(t)$ passe de U_0 à 0.

3.1- Faire un schéma du montage en faisant apparaître l'intensité et les différentes tensions.

3.2- Etablir l'équation différentielle caractérisant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pendant l'intervalle $[T/2, T]$.

3.3- On réalise un changement de repère temporel : on appelle t' la nouvelle variable pour laquelle l'instant initial $t' = 0$ correspond à $t = T/2$. On donne comme solution de l'équation différentielle :

$u_C(t') = B e^{-\beta t'}$. Déterminer littéralement et numériquement B et β . En déduire l'expression numérique de $u_C(t')$.

3.4- Donner l'allure de la courbe $u_C(t')$ dans le cas où $T/2$ est très supérieure au produit RC .

3.5- Que vaut l'énergie stockée en fin de charge du condensateur ($T/2 \gg RC$).

3.6- A quel instant t'_2 , la charge du condensateur vaut 37 % de la charge maximale ?

Exercice 3

On étudie deux circuits type (LC) réalisés avec une même bobine de résistance négligeable et d'inductance L . Le premier circuit utilise un condensateur de capacité $C = 0,1 \mu\text{F}$ et le second circuit un condensateur de capacité C' . Dans les deux cas, le condensateur utilisé est chargé puis ses bornes sont déconnectées et reliées à celle de la bobine.

Grace à l'oscilloscope, on visualise la tension U entre les armatures des condensateurs et on trouve les résultats suivants :

- Pour le circuit 1 ($C=0,1 \mu\text{F}$) : la tension U a une période de 0,8 ms et une amplitude $U_{\max}$ de 6 V ;

- Pour le circuit 2 (C') : la tension U a une période de 0,4 ms et une amplitude $U_{\max}$ de 6 V.

1- Déterminer la valeur de L .

2- Déterminer la valeur de C' .

3- Calculer l'énergie emmagasinée dans chacun des deux circuits oscillants.

4- En déduire l'intensité maximale du courant dans chacun des deux circuits.

Matière : Physique

Sciences Expérimentales et Branches Techniques

Partie QCM : 1h30mn

Important : Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Veuillez cocher Les réponses exactes dans la fiche de réponse ci-jointe.
On prendra $g=10\text{m/s}^2$.

On donne $g=10\text{m/s}^2$

1- Un projectile est lancé à l'instant $t=0$ depuis la surface de la terre avec une vitesse **verticale** de 50m/s .

1.1 Jusqu'à quelle hauteur s'élèvera-t-il si on néglige les frottements dus à l'air ?

- a) **60m** b) **125m** c) **80m** d) **100m**

1.2 A quel instant le projectile atteint-il cette hauteur?

- a) **10s** b) **2,5s** c) **15s** d) **5s**

2- Lors des Jeux Olympiques, un coureur réalise un chrono de 10 s au 100 m. Si l'on considère qu'il accélère de manière constante pendant les 50 premiers mètres et maintient ensuite une vitesse constante pour la fin de la course.

2.1 Quelle est la valeur du module de son accélération au démarrage ?

- a) **3,22 m/s²** b) **2,25 m/s²** c) **5,15 m/s²** d) **4,73 m/s²**

2.2 Quelle est la durée de la première phase du mouvement ? (Phase du mouvement accéléré).

- a) **6,666s** b) **7,777s** c) **4,444s** d) **3,333s**

2.3 Quelle est la vitesse du coureur au cours de la deuxième phase? (Phase du mouvement uniforme)

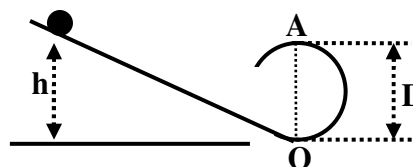
- a) **20m/s** b) **25m/s** c) **5m/s** d) **15m/s**

3- On considère le chemin ci-dessous, constitué d'une portion rectiligne inclinée et d'une circonférence de diamètre $OA=D$. On lâche, sans vitesse initiale, une bille ponctuelle de masse m à partir d'une hauteur h mesurée par rapport au plan horizontal passant par O. On néglige les frottements.

3.1 Quelle est la valeur minimale qu'il faut attribuer à h pour que la bille puisse atteindre le point A?

- a) **D** b) **2D**
c) **1,5D** d) **2,5D**

Dans la suite de cet exercice on suppose que $h=2D$. La bille est toujours lâchée sans vitesse initiale.



3.2 Quelle est l'expression de l'énergie mécanique de la bille ? On prend comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal passant par O.

- a) **$m.g.D$** b) **$2m.g.D$** c) **$0,5m.g.D$** d) **$1,5m.g.D$**

3.3 Quelle est la vitesse de la bille en O ?

- a) **$\sqrt{2gD}$** b) **$2\sqrt{gD}$** c) **$1,5\sqrt{gD}$** d) **$\sqrt{gD}$**

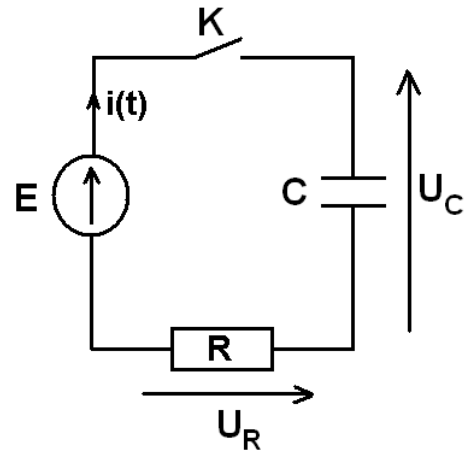
3.4 Quelle est la vitesse de la bille en A ?

- a) **$1,5\sqrt{gD}$** b) **$2\sqrt{gD}$** c) **$3\sqrt{gD}$** d) **$\sqrt{2gD}$**

3.5 Quelle est l'expression de la réaction F exercée sur la bille en O ?

- a) **$m.g$** b) **$3m.g$** c) **$6m.g$** d) **$9m.g$**

4- Un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ initialement déchargé est placé en série avec un conducteur ohmique $R = 10 \text{ k}\Omega$. L'ensemble est alimenté par une source de tension continue parfaite $E = 5 \text{ V}$. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K (figure ci-contre).



4.1 Parmi les phrases suivantes, choisir celle qui est correcte :

a) La tension aux bornes du condensateur est d'autant plus petite que la valeur absolue de la charge portée par ses armatures est grande.

b) L'équation différentielle de la charge q du condensateur admet cette expression : $RC \frac{dq}{dt} + q = E$.

c) Le milieu qui se trouve entre les deux armatures d'un condensateur est un isolant.

d) La capacité d'un condensateur peut être positive ou négative.

4.2 Quel est le temps nécessaire pour que la charge du condensateur atteigne 63 % de sa valeur maximale ?

a) 1 ms. b) 10 ms. c) 100 ms. d) 1000 ms.

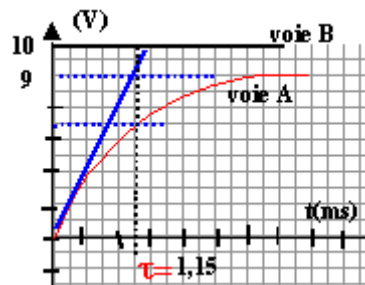
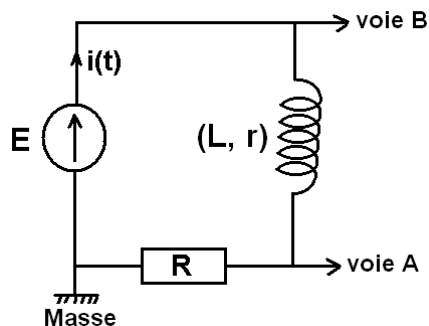
4.3 L'énergie maximale emmagasinée par le condensateur est égale à :

a) 12,5 μJ . b) 12,5 J. c) 1,25 mJ. d) 12,5 mJ.

4.4 On cherche à remplacer le condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ par un condensateur équivalent constitué de deux condensateurs, de capacités C_1 et C_2 , montés en série. Les valeurs possibles de C_1 et C_2 sont :

a) (0,5 μF , 0,5 μF). b) (2 μF , 1 μF). c) (1 μF , 1 μF). d) (2 μF , 2 μF).

5- On branche en série, aux bornes d'un générateur idéal de tension continue $E = 10 \text{ V}$, une bobine d'inductance L et de résistance r et un conducteur ohmique $R = 270 \Omega$. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer les tensions des voies A et B. La constante du temps τ du circuit a pour valeur 1,15 ms. (voir figures ci-dessous)



5.1. Parmi les phrases suivantes, choisir celle qui est correcte :

a) Une bobine s'oppose aux variations d'une tension dans un circuit.

b) L'amplitude de la tension imposée aux bornes du dipôle (R, L) n'a aucune influence sur la constante de temps du circuit.

c) La tension visualisée voie A sur l'oscilloscope est la tension aux bornes de la bobine.

d) L'énergie emmagasinée dans une bobine est proportionnelle à la racine carrée de la valeur du courant i qui la traverse.

5.2 L'intensité du courant $i(t)$ qui circule dans le circuit en régime permanent ($t \rightarrow \infty$) est égale à :

a) 0,3 mA. b) 3,33 mA. c) 33,3 mA. d) 333,3 mA.

5.3 La résistance r de la bobine vaut :

a) 10 Ω . b) 17 Ω . c) 30 Ω . d) 47 Ω .

5.4 Quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine ?

a) 345 mH. b) 435 mH. c) 534 mH. d) 543 mH.

Fiche de Réponse pour la partie QCM

Matière: Physique

Séries Bac: Sciences Expérimentales et Branches Techniques

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Pour chaque question, on vous propose quatre réponses : a), b), c) et d). Cochez la réponse juste par une **croix** dans la case correspondante.

Barème : Une réponse juste : **+1**, une réponse fausse ou pas de réponse ou plus d'une seule réponse : **0**.

Numéro de question	Choix				Note
1.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
1.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	

**Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Meknès**
**Séries : Sciences Expérimentales – Electronique –
Electrotechnique – Fabrication Mécanique**

Matière : Physique
Durée totale : 3h

Remarque importante : Cette épreuve est composée de deux parties :
- Une partie rédaction distribuée au début ;
- Une partie QCM qui sera distribuée après 1h30mn.

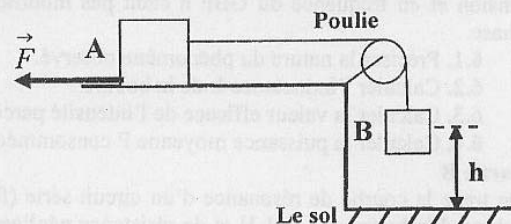
Partie rédaction :

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Exercice 1 :

Pour le système ci-contre le fil est inextensible et sans masse. La Poulie, de masse **négligeable**, peut tourner sans frottement. A l'instant $t=0$ les deux corps A et B partent sans vitesse initiale. Le corps B de masse M' chute d'une hauteur h , le corps A de masse M glisse d'une distance $d > h$ avant de s'arrêter. Les frottements

exercés sur le corps A sont équivalents à une force $\vec{F}$ **constante** qui s'oppose à son mouvement. Une fois le corps B est bloqué par le sol, la tension du fil est supposée devenue **nulle**. On appelle t_1 l'instant où B touche le sol et t_2 l'instant où A s'arrête ($t_2 > t_1$).



On donne $M=1 \text{ kg}$; $M'=10 \text{ kg}$; $h=0,2 \text{ m}$; $d=0,5 \text{ m}$.

1- Exprimer le module F de la force de frottement en fonction de M , M' , d , h et g .

Indication : Appliquer, le théorème de l'énergie cinétique au système $\{A, \text{fil et } B\}$ entre les instants 0 et t_1 , puis au corps A entre les instants t_1 et t_2 .

2- Calculer la valeur de F .

3- Calculer la vitesse du corps A au moment où B touche le sol.

4- Calculer l'accélération du corps A pour la 1^{ère} phase du mouvement (pour $t \in [0, t_1]$).

5- Calculer la tension du fil pour la 1^{ère} phase du mouvement.

6- Calculer le module de l'accélération de A pour la 2^{ème} phase du mouvement (pour $t \in [t_1, t_2]$).

7- Calculer les instants t_1 et t_2 .

Exercice 2 :

Un pendule simple, de longueur $L=0,5 \text{ m}$ est écarté de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha_m = 60^\circ$ puis libéré sans vitesse initiale. La masse m n'est pas donnée et on suppose que l'énergie potentielle est nulle à la position d'équilibre.

1- Exprimer puis calculer la vitesse v de ce pendule quand il passe par la position d'équilibre.

2- Exprimer puis calculer, à la position d'équilibre, le rapport de la tension du fil et le poids du pendule.

- 3-On suppose maintenant que α_m est très petit. Etablir une formule approchée de l'énergie mécanique pour une position α donnée. On rappelle que $\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ pour α petit.
- 4- En déduire l'équation différentielle des petites oscillations du pendule simple.

Exercice 3 :

Les deux parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un dipôle AB est constitué de l'association en série d'un condensateur de capacité $C = 100 \mu\text{F}$ et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 25 \Omega$. Un générateur basse fréquence (GBF) délivre une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2} \sin(2\pi f t)$, de valeur efficace U et de fréquence f , aux bornes du dipôle AB.

Pour une valeur particulière f_0 de la fréquence, l'intensité efficace I du courant traversant le dipôle prend la valeur $I_0 = 0,72 \text{ A}$; la tension efficace aux bornes du condensateur est alors $U_{C0} = 7,2 \text{ V}$.

1. Calculer l'impédance Z_{C0} du condensateur pour $f = f_0$.
2. En déduire la fréquence f_0 de la tension d'alimentation.
3. Construire la représentation de Fresnel du circuit (R, C) en précisant bien les tensions représentées. L'échelle sera la suivante : 1 cm correspond à 2 V.
4. Déduire de cette représentation :
 - la valeur efficace U de la tension d'alimentation,
 - la valeur de la différence de phase $\varphi_{u/i}$ (en grandeur et en signe) entre la tension $u(t)$ délivrée par le GBF et l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit.
5. Donner les expressions numériques de $u(t)$ et $i(t)$.
6. Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable est placée en série avec le dipôle AB. Les réglages en tension et en fréquence du GBF n'étant pas modifiés, la tension $u(t)$ d'alimentation et l'intensité $i(t)$ sont en phase.

- 6.1. Préciser la nature du phénomène observé.
- 6.2. Calculer l'inductance L de la bobine.
- 6.3. Calculer la valeur efficace de l'intensité parcourant le circuit.
- 6.4. Calculer la puissance moyenne P consommée dans le circuit.

Partie B

On trace la courbe de résonance d'un circuit série (figure 1) comprenant une bobine d'inductance $L = 1 \text{ H}$ et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C et une résistance R . Ce circuit est alimenté par un générateur basse fréquence (GBF). En ordonnée, on a représenté la valeur efficace I_{eff} du courant $i(t)$ et en abscisse sa pulsation ω . On obtient la courbe représentée dans la figure 2. Le générateur délivre une tension sinusoïdale $u(t)$ de valeur efficace 1 V.

1. Donner les valeurs de la capacité C et de la résistance R .
2. Compléter la figure 1 en indiquant les liaisons nécessaires avec un oscilloscope à deux voies et à masse unique pour visualiser le déphasage φ de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.

Que vaut φ à la résonance ?

3. On fixe la pulsation à $\omega = 1000 \text{ rad/s}$. On double la capacité du condensateur ($C_1 = 2C$). Grâce à l'oscilloscope, on visualise les courbes représentant la tension $u(t)$ aux bornes du générateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes de la résistance R et on trouve les résultats suivants :

$u_{\text{max}} = 1,5 \text{ V}$, $u_{R\text{max}} = 0,9 \text{ V}$ et la courbe $u(t)$ est en avance sur la courbe $u_R(t)$ d'environ un huitième la période.

- 3.1. Déterminer la sensibilité horizontale de l'oscilloscope en milliseconde par division sachant que l'on observe trois périodes sur l'écran de l'oscilloscope (l'écran compte horizontalement 10 divisions).
- 3.2. Déterminer la sensibilité verticale de l'oscilloscope en Volt par division, sachant qu'elle est identique pour les deux entrées de l'oscilloscope et que l'amplitude de la tension $u(t)$ est 3 divisions.
- 3.3. Donner la valeur algébrique du déphasage φ de $u(t)$ par rapport à $i(t)$.
- 3.4. Donner l'intensité efficace du courant $i(t)$.

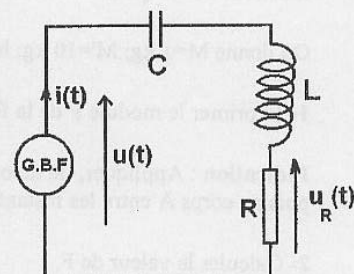


Figure 1

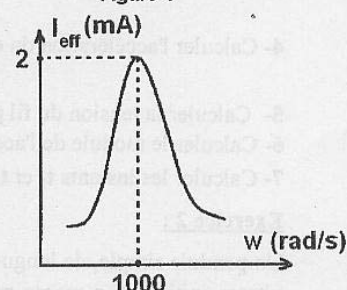


Figure 2

Partie QCM :

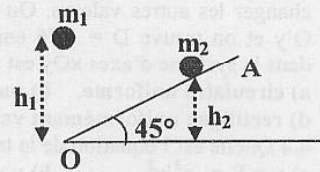
Important : Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Veuillez cocher Les réponses exactes dans la fiche de réponse ci-jointe.
On prendra $g=10\text{m/s}^2$.

- 1- Un disque de rayon $R=20\text{ cm}$ est en rotation uniforme autour de son axe à la vitesse angulaire de 30 tours par minute. La vitesse linéaire du bord du disque est environ égale à :
- a) 10 m/s b) 0,1 m/s c) 0,62 m/s d) 5,3 m/s

2- A l'instant $t=0$, on lâche deux masses ponctuelles m_1 et m_2 . La première a un mouvement de chute libre, la seconde glisse sans frottement sur un plan OA incliné à 45° .

2.1 Sachant que la masse m_1 est lâchée d'une hauteur $h_1=1\text{m}$, de quelle hauteur h_2 doit-on lâcher la masse m_2 pour qu'elles se rencontrent en O ?

- a) $h_2 = \frac{h_1}{\sqrt{2}}$ b) $h_2 = \frac{h_1}{2}$
c) $h_2 = \frac{h_1}{3}$ d) $h_2 = \frac{h_1}{\sqrt{3}}$



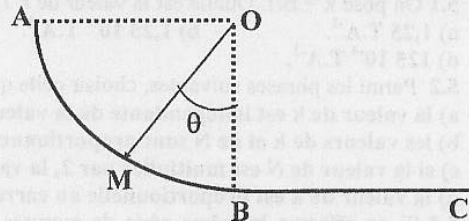
2-2 Quel est l'instant du rencontre?

- a) 2 s b) 0,44 s c) 1,6 s d) 2,33 s
2.3 Quelle est la vitesse de m_2 au moment du rencontre ?
a) 3,16 m/s b) 4,25 m/s c) 1,5 m/s d) 5,67 m/s

3- Un point matériel S, de masse $m=600\text{g}$ glisse sur une piste ABC située dans un plan vertical. La partie AB est un quart de cercle de rayon $r=15\text{cm}$. Sur cette partie AB les frottements sont négligeables. La partie BC est horizontale et $BC=25\text{ cm}$. Le mobile part de A sans vitesse initiale, il descend et s'immobilise en C à cause des frottements sur la piste BC.

3.1 La vitesse en B est environ égale à :

- a) 1,22 m/s b) 2,73 m/s
c) 2,15 m/s d) 1,73 m/s



3.2 L'expression du carré de la vitesse en M est :

- a) $2gr(1 - \frac{\cos \theta}{2})$ b) $2gr(1 - \cos \theta)$
c) $gr(1 - \cos \theta)$ d) $2gr \cos \theta$

3.3 Si $\theta=20^\circ$, l'action du support en M sur le point matériel est :

- a) 16,9 N b) 7,33 N c) 6 N d) 3 N

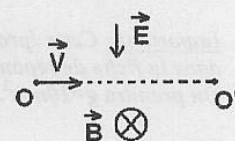
3.4 En supposant que la force de frottement sur la partie BC est constante. Sa valeur est :

- a) 3,6 N b) 1,2 N c) 3,75 N d) 1,8 N

3.5 Le module de l'accélération du point matériel sur la partie BC est :

- a) 3 m/s^2 b) $2,5 \text{ m/s}^2$ c) 6 m/s^2 d) 2 m/s^2

4- L'objectif de cet exercice est de calculer le rapport $r_m = e/m$ de la valeur absolue de la charge d'un électron sur sa masse. Les électrons d'un faisceau homocinétique, animés d'un vecteur vitesse $\vec{v}$, subissent, à partir d'un point O et sur une distance $L = OO' = 10 \text{ cm}$, les actions conjuguées d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ orthogonaux au vecteur vitesse $\vec{v}$. Les valeurs des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont choisies de façon que le faisceau ne soit pas dévié. Cette situation est réalisée pour : $B = 10^{-3} \text{ T}$ et $E = 5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$.



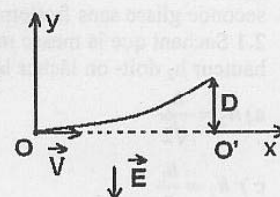
4.1 Les électrons sont animés d'un mouvement (le poids des électrons est négligeable) :

- a) circulaire uniforme. b) parabolique. c) rectiligne uniforme. d) rectiligne uniformément varié.

4.2 La vitesse v des électrons est :

- a) $5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. b) $5 \cdot 10^2 \text{ m/s}$. c) $5 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$. d) 10^7 m/s .

4.3 Dans une seconde expérience, on coupe la source de champ magnétique sans changer les autres valeurs. On mesure la déviation du faisceau le long de l'axe $O'y$ et on trouve $D = 1,76 \text{ cm}$ (figure ci-contre). Le mouvement des électrons dans le système d'axes xOy est :



- a) circulaire uniforme. b) parabolique. c) rectiligne uniforme. d) rectiligne uniformément varié.

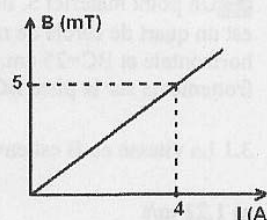
4.4 Quelle est l'équation de la trajectoire des électrons ?

- a) $y = E \cdot r_m \cdot x^2 / v^2$. b) $y = \frac{1}{2} E \cdot r_m \cdot x^2 / v^2$. c) $y = E \cdot r_m \cdot v^2 / x^2$. d) $y = \frac{1}{2} E \cdot r_m \cdot v^2 / x^2$.

4.5 La valeur de la charge massique r_m de l'électron est alors :

- a) $176 \cdot 10^{11} \text{ (S.I.)}$. b) $17,6 \cdot 10^{11} \text{ (S.I.)}$. c) $1,76 \cdot 10^{11} \text{ (S.I.)}$. d) $0,176 \cdot 10^{11} \text{ (S.I.)}$.

5- Un solénoïde S comprend $N = 400$ spires réparties sur une longueur L . Pour différentes intensités I du courant dans le solénoïde, les mesures du champ magnétique $B(\text{mT})$ au centre de ce dernier ont permis de tracer le graphe ci-contre.



5.1 On pose $k = B/I$. Quelle est la valeur de k ?

- a) $1,25 \text{ T.A}^{-1}$. b) $1,25 \cdot 10^{-4} \text{ T.A}^{-1}$. c) $12,5 \cdot 10^{-4} \text{ T.A}^{-1}$. d) $125 \cdot 10^{-4} \text{ T.A}^{-1}$.

5.2 Parmi les phrases suivantes, choisir celle qui est correcte :

- a) la valeur de k est indépendante de la valeur de N ;
b) les valeurs de k et de N sont proportionnelles ;
c) si la valeur de N est multipliée par 2, la valeur de k est divisée par 2 ;
d) la valeur de k est proportionnelle au carré de la valeur de N .

5.3 Si on effectue la même série de mesures en doublant la longueur L du solénoïde S (en gardant toujours $N = 400$ spires), que devient la valeur de B ?

- a) elle est multipliée par 2. b) elle est divisée par 2. c) elle est multipliée par 4. d) elle est divisée par 4.

5.4 Parmi les relations suivantes, quelle est celle qui conviendrait au calcul de B (k' est une constante) ?

- a) $B = k'NI$. b) $B = k'IL/N$. c) $B = k'NI/L$. d) $B = k'LN/I$.

Fiche de Réponse pour la partie QCM

Matière: Physique

Séries Bac: Sciences Exp – Electronique – Electrotechnique et Fab mécanique.

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Pour chaque question, on vous propose quatre réponses : a), b), c) et d). Cochez la réponse juste par une **croix** dans la case correspondante.

Barème : Une réponse juste : +1, une réponse fausse ou pas de réponse ou plus d'une seule réponse : 0.

Numéro de question	Choix				Note
1.	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	

Université Hassan II Casablanca 	Concours d'entrée en 1^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES PHYSIQUES \ SVT ET TECHNIQUES Epreuve de mathématique / 1 août 2016	Université Moulay Ismail
Nom :	Signature du candidat	Compostage Ne rien écrire dans ce cadre
Prénom :		
CNE :		

Note : 50	Epreuve de mathématique	Durée : 2h00	Compostage Ne rien écrire dans ce cadre
Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature			

QUESTIONS REPONSES PRECISES : (Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0pts)			
Q1	Pour $a \in \mathbb{R}$, calculer $Le = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\left(a + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(a + \frac{2}{n}\right)^2 + \dots + \left(a + \frac{n-1}{n}\right)^2 \right)$	Le =	Q2 Soit $(u_n)_n$ une suite convergente telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} < u_n < 1$. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que : $X_0 = u_0 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, X_{n+1} = \frac{X_n + u_{n+1}}{1 + X_n u_{n+1}}$ Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n$.
Q3	Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient : $ z - \alpha = 2z - \alpha $	Γ est	Q4 Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et soit a une solution de l'équation $x^2 - 2 \cos(\theta)x + 1 = 0$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer : $Se = a^n + \frac{1}{a^n}$
Q5	Déterminer le domaine de définition, D , de la fonction $f(x) = \tan(\pi \sin(\frac{\pi}{6}x))$.		Q6 Soit P un polynôme à coefficients strictement positifs. Calculer : $Q6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(P(x))}{P(E(x))}$
Q7	Calculer la dérivée d'ordre n de la fonction $f(x) = e^x \sin(x)$		Q8 Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x+y) = f(x)f(y)$. Calculer f'
Q9	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$. Pour $k \in \mathbb{N}^*$, trouver : $Q9 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{x}{k}\right) \right)$	$Q9 =$	Q10 Résoudre l'équation différentielles : $y' \tan x = y \ln y$, et $y(0) = \pi$
Q11	Évaluer la limite $Je = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$	$Je =$	Q12 Soit $a < 1$ et soit h une fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $h(x) = \log_a x - \log_x a$. Calculer $Q12 = (h^{-1})'(0)$.
Q13	Calculer : $Q13 = \lim_{x \rightarrow \pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^x \frac{1}{1 + \sin x - \cos x} dx$	$Q13 = \{$	Q14 Calculer : $Lt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin 2x} dx$
Q15	Trouver S l'ensemble des solutions de l'équation : $\ln \sin x + \ln \tan x = \ln \cos x $	$S = \{$	Q16 Calculer : $Q16 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} E\left(\frac{\ln n}{n - \ln n}\right)$

PARTIE QCM : Une réponse juste : + 2pts, Pas de réponse : 0pts, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1pts				
Q17	Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} 1-m & -3 & 4 \\ 4 & -7-m & 8 \\ 6 & -7 & 7-m \end{pmatrix}$ n'est pas inversible	A	B	C -1 et 2 D Uniquement -1 E -1 et -3 F Aucunes des trois réponses
Q18	Soit f définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = e^{x^2-x+\ln x }$. Alors	A	B	C C_f admet une tangente en $(0,0)$ D Sur $[0,1]$, C_f est au-dessus de la droite $y = x$ E C_f admet au point $(1,1)$ une tangente de pente 3 F Aucunes des trois réponses
Q19	Soit $m \in \mathbb{R}^*$. Soit f_m définie par $f(0) = m$ et $f_m(x) = \frac{m}{x^2} e^{\frac{1}{x}} + m$. Soit C_{f_m} sa courbe. Alors :	A	B	C f_m n'est pas dérivable à gauche en 0 D C_{f_m} et C_{f-m} sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées E Pour $m > 0$, on $\max_{x \in]-\infty, 0]} f_m = m\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)$ F Aucunes des trois réponses
Q20	Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". Soit l'expérience : « tirer simultanément 5 jetons ». On répète cette expérience 3 fois en remettant à chaque tirage les 5 lettres tirées dans la boîte. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. Soit Y le nombre de fois de former le nom « SMARA » avec les 5 lettres tirées. Quelle est la probabilité pour que l'on ait $Y = 3$	A	B	C $\frac{1000}{(1001)^3}$ D $\frac{1001}{(1001)^3}$ E $\frac{1002}{(1001)^3}$ F $\frac{1003}{(1001)^3}$
Q21	Une boîte A contient 3 jetons numérotés : 1, 2, 4. Une boîte B contient 6 jetons numérotés : 0, 3, 3, 5, 5. On tire au hasard un jeton dans A, on lit le nombre a porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans A. On effectue la même opération pour B, soit b le numéro du jeton tiré de B. A ce couple (a, b) on associe le point $M(a, b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$	A	B	C $\frac{1}{6}$ D $\frac{2}{6}$ E $\frac{3}{6}$ F Aucunes des trois réponses
Q22	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1,1,1)$ et $B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ et les trois plans ; (P): $x + y + z - 1 = 0$, (Q): $x - y + z + 2 = 0$ et (H) le plan passant par A et perpendiculaire à (P) et à (Q). Soit S la sphère de centre B et passant par A. Alors l'intersection de S et (H) est :	A	B	C Le cercle de centre $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ et de rayon $\sqrt{\frac{55}{8}}$ D Le plus grand cercle dans la sphère E L'ensemble vide F Aucunes des trois réponses
Q23	Soit n , un entier naturel non nul et $(I_n)_n$ la suite définie par : $I_n = \int_1^0 x e^{-nx^2} dx$. Choisir la bonne réponse :	A	B	C $I_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e^n}\right) \left(1 + \frac{1}{e^n}\right)$ D $(I_n)_n$ est minoré par $-\frac{1}{2}$ E $(I_n)_n$ Converge vers 0 F Aucunes des trois réponses
Q24	Soit l'équation (E) : $\sin(x) = \cos(2x)$. On cherche le nombre de solutions de (E) appartenant à $[0, 2\pi]$:	A	B	C Une solution D Deux solutions E trois solutions F Plus que quatre solutions
Q25	Trouver la fonction de chaque flèche pour compléter les derniers cercles : 	A	B	C 18 et 9 D 8 et 12 E 17 et 9 F Aucunes des trois réponses

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques

Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition P : " $\forall a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de P .	$\bar{P}$: P est
Q2	Soit la proposition A : "Il existe un polynôme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ à coefficients a, b, c et d dans $\mathbb{Z}$ tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2$ ". En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi}{7}i}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S =$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z =$ $\theta =$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \dots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim_n u_n =$
Q7	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =$ $f^{-1}(x) =$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) =$
Q10	Soient $f(x) = \tan(x)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par C_f et les droites $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A =$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n =$
Q12	Soit S la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent $\mathcal{P}$ à S au point $O(0,0,0)$.	$(E):$
Q13	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S =$
Q14	Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 =$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée?	$P =$
Q16	On considère un rectangle de longueur x . Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100.	$P_m =$
Q17	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S =$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = - 1pt

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: " \exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B "$. Alors

☐ $(1,0) \in D$ et P est vraie	☐ $(0,1) \in D$ et P est vraie	☐ P est fausse	☐ aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right); \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

☐ arithmétique	☐ géométrique de raison $\frac{1}{2}$	☐ constante	☐ aucune des trois réponses
---------------------------------------	--	------------------------------------	--

Q20. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

☐ f est bornée au voisinage de $-\infty$.	☐ f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.	☐ f est bornée au voisinage de $+\infty$.	☐ aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

☐ $a = -1$	☐ $a = \ln(2)$	☐ $a = 1$	☐ $a = 0$
-----------------------------------	---------------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

☐ un unique point	☐ deux points	☐ aucun point	☐ aucune des trois réponses
--	--------------------------------------	--------------------------------------	--

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative. Alors

☐ f est dérivable à gauche de 0	☐ f est dérivable à droite de 0	☐ f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut	☐ f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas
--	--	---	--

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f

☐ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$	☐ admet une asymptote oblique en $+\infty$	☐ est au-dessus de la droite $y = 0$	☐ aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q25. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 1)e^x$. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$

☐ est convexe	☐ est concave	☐ admet un maximum local en 0	☐ admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$
--------------------------------------	--------------------------------------	--	---

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

مكتبة
مجان 2 من 13 - مكتبة
05 35 46 66 92

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition P : " $\forall a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de P .	$\bar{P}$: " $\exists a \in \mathbb{R}_+^*, a + \frac{1}{a} < 2$ " P est vraie
Q2	Soit la proposition A : "Il existe un polynôme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ à coefficients a, b, c et d dans $\mathbb{Z}$ tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2$ ". En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est fausse
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	$4 \times 8^3 = 2048$
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}, a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S = -\frac{1}{2}$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2, b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z = [1, \pi/3]$ $\theta = \pi/3$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \dots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim_n u_n = 0$
Q7	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$.	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3/4$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =]0, +\infty[$ $f^{-1}(x) = -\ln(e^x - 1)$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) = \ln(\ln(x)) + 1$
Q10	Soient $f(x) = \tan(x)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par C_f et les droites $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A = \frac{\ln(2)}{2}$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx, \forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n = 0$
Q12	Soit S la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent P à S au point $O(0,0,0)$.	$(E): x + y = 0$
Q13	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S = \{1, 4\}$
Q14	Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 = \sin^2(x) + (2 \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x))$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P = \frac{98}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{294}{10000}$
Q16	On considère un rectangle de longueur x . Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100.	$P_m = 40$
Q17	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S = \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = - 1pt

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: "\exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B"$. Alors

☐ $(1,0) \in D$ et P est vraie	☐ $(0,1) \in D$ et P est vraie	☒ P est fausse	☐ aucune des trois réponses
---	---	--	--

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right); \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

☐ arithmétique	☒ géométrique de raison $\frac{1}{2}$	☐ constante	☐ aucune des trois réponses
---------------------------------------	---	------------------------------------	--

Q20. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

☐ f est bornée au voisinage de $-\infty$.	☐ f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.	☒ f est bornée au voisinage de $+\infty$.	☐ aucune des trois réponses
---	---	--	--

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

☐ $a = -1$	☐ $a = \ln(2)$	☒ $a = 1$	☐ $a = 0$
-----------------------------------	---------------------------------------	---	----------------------------------

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

☒ un unique point	☐ deux points	☐ aucun point	☐ aucune des trois réponses
---	--------------------------------------	--------------------------------------	--

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative. Alors

☐ f est dérivable à gauche de 0	☐ f est dérivable à droite de 0	☐ f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut	☒ f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas
--	--	---	---

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f

☒ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$	☐ admet une asymptote oblique en $+\infty$	☐ est au-dessus de la droite $y = 0$	☐ aucune des trois réponses
--	---	---	--

Q25. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 1)e^x$. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$

☐ est convexe	☐ est concave	☐ admet un maximum local en 0	☒ admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$
--------------------------------------	--------------------------------------	--	--

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fausse = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \sum_{k=1}^n e^{\left(\frac{k}{n^2}\right)} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$	$\lim_n u_n =$	
Q2 2pt	Résoudre, dans $[0, 2\pi]^2$, le système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S =$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - i \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right)^{42}$	$z =$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz + 1)(z + i - 1) \in \mathbb{R}$	Γ est	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D =$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n =$	
Q7 2pt	Soit f une fonction positive sur son domaine de définition et dérivable en $a > 0$. Déterminer $\ell = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{f(a)} \right)^{\frac{1}{\ln x - \ln a}}$	$\ell =$	
Q8 2pt	Calculer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{x \sin(\sin x)}$	$j =$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ telles que: $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots$, $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer: $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$	$I =$	
Q13 2pt	Calculer $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$J =$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) =$	
Q15 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $3^x + 4^x = 5^x$	$S =$	

مركز ترقية أنسوار
مراجحة 2 من 13 - مكتب
هاتف وفاكس 05 35 46 66 92

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt.

Q16: Pour quelles valeurs de m le système $\begin{cases} -X - Y - 2mZ = 1 \\ X + (1-m)Y + Z = 2 \\ 2X + 3Y + mZ = 3 \end{cases}$ admet une solution unique:

- A -1 et un nombre négatif B uniquement -1 C -1 et un nombre positif D -1 et $\frac{1}{2}$

Q17: Sur $[0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A toujours positive B toujours négative C négative puis positive D positive puis négative

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\frac{1+\ln x}{1-\ln x}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A une asymptote oblique en $+\infty$ B en $x = e$ une demi tangente à gauche C en $x = e$ une demi tangente à droite verticale D aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A $\frac{1}{6006}$ B $\frac{10}{1001}$ C $\frac{50}{14^5}$ D aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A 0,5 B 0,25 C 0,75 D 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1,-1)$ est:

- A $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ B $4x + 3y + 2z - 5 = 0$ C $2x + 2y - z - 5 = 0$ D $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_n^{n+1} e^{\frac{x}{n}} dx$. Alors

- A $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ B $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ C $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ D $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e$

Q23: Sur $\mathbb{R}^+$, La fonction $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ admet:

- A Un maximum local B Deux maximums locaux C Un minimum local D Deux minimums locaux

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$?

- A Cinq solutions B Six solutions C Sept solutions D Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right) =$$

- A 0 B 1 C $+\infty$ D cette limite n'existe pas

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fausse = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \sum_{k=1}^n e^{\left(\frac{k}{n^2}\right)} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$	$\lim_n u_n =$	
Q2 2pt	Résoudre, dans $[0, 2\pi]^2$, le système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$s = \left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right)$ et $S = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}\right)^{42}$	$z = 1$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz + 1)(z + i - 1) \in i\mathbb{R}$	Γ est $y = \frac{1}{1-2x}$	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D = \frac{\sin a}{2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)}$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$	
Q7 2pt	Soit f une fonction positive sur son domaine de définition et dérivable en $a > 0$. Déterminer $\ell = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{f(a)} \right)^{\frac{1}{\ln x - \ln a}}$	$\ell = \frac{1}{2}$	
Q8 2pt	Calculer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{x \sin(\sin x)}$	$j = \frac{1}{12}$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ telles que: $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots$, $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer: $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$	$I =$	
Q13 2pt	Calculer $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$J =$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x$, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0$, $y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) = (K_2 \cos 3x + K_2 \sin 3x) e^{-x} + \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{36} \cos 3x$	
Q15 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $3^x + 4^x = 5^x$	$S = /$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt.

Q16: Pour quelles valeurs de m le système $\begin{cases} -X - Y - 2mZ = 1 \\ X + (1-m)Y + Z = 2 \\ 2X + 3Y + mZ = 3 \end{cases}$ admet une solution unique:

- A ☐ -1 et un nombre négatif B ☐ uniquement -1 C ☐ -1 et un nombre positif D ☐ -1 et $\frac{1}{2}$

Q17: Sur $[0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A ☒ toujours positive B ☐ toujours négative C ☐ négative puis positive D ☐ positive puis négative

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\frac{1+\ln x}{1-\ln x}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A ☐ une asymptote oblique en $+\infty$ B ☐ en $x = e$ une demi tangente à gauche C ☒ en $x = e$ une demi tangente à droite verticale D ☐ aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A ☐ $\frac{1}{6006}$ B ☒ $\frac{10}{1001}$ C ☐ $\frac{50}{14^5}$ D ☐ aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A ☐ 0,5 B ☐ 0,25 C ☒ 0,75 D ☐ 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètre est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1,-1)$ est:

- A ☒ $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ B ☐ $4x + 3y + 2z - 5 = 0$ C ☐ $2x + 2y - z - 5 = 0$ D ☐ $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_n^{n+1} e^{\frac{x}{n}} dx$. Alors

- A ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ B ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ C ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ D ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e$

Q23: Sur $\mathbb{R}^*$, La fonction $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ admet:

- A ☐ Un maximum local B ☐ Deux maximums locaux C ☐ Un minimum local D ☐ Deux minimums locaux

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$?

- A ☐ Cinq solutions B ☐ Six solutions C ☐ Sept solutions D ☒ Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right) =$$

- A ☐ 0 B ☒ 1 C ☐ $+\infty$ D ☐ cette limite n'existe pas

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancaï.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : 2. : 3. : 4. :
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots\dots\dots$
Trouver un polynôme P de degré minimum tel que $P(-1) = -2, P(0) = 1, P(1) = 0$ et $P(2) = 4$	$P(x) = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des réels x vérifiant : $\frac{2x+1}{x+1} \leq \frac{2-3x}{2-x}$	$S = \dots\dots\dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots\dots\dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2-1}{k^2+k-6}$.	$B_n = \dots\dots\dots$
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	

Questions	Réponses
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots\dots\dots$
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \dots\dots\dots$
Déssiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	
Soit f la fonction de variable réelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+3x+2}$. Déterminer $f(D_f)$ où D_f est le domaine de définition de f	$f(D_f) = \dots\dots\dots$
Soit a un paramètre réel et f_a la fonction définie par $f_a(x) = e^{-x} + ax$. On désigne par C_a la représentation graphique de f_a dans un plan rapporté au repère (O, i, j) . Déterminer le point d'intersection $M(x_0, y_0)$ de la tangente de f_a au point d'abscisse x_0 avec l'axe (O, j) .	$M(x_0, y_0) = \dots\dots\dots$
On considère une fonction h dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
$\forall x \in]0, +\infty[f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$. Soit $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$ avec $x > 0$. Calculer $g'(x)$	$g'(x) = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^x (t-1) \exp(-t) dt$ avec $x \in \mathbb{R}$	$I = \dots\dots\dots$
Calculer $J = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$J = \dots\dots\dots$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots\dots\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre $(0, 1, \dots, 9)$ 6 fois et 2 opérations $(+, -, \times, \div)$?	$100 = \dots\dots\dots$

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

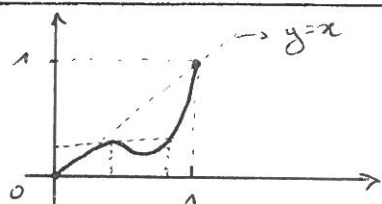
Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : ...Vraie. 2. : ...faux. 3. : ...faux. 4. : ...Vraie
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots \{ (2, 4) \} \dots$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots \{ (1, 3, 5) \} \dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots \{ \phi \} \dots$
Trouver un polynôme P de degré minimum tel que $P(-1) = -2, P(0) = 1, P(1) = 0$ et $P(2) = 4$	$P(x) = (x+1) \left(\frac{(x+1)(x-2)}{2} - \frac{x(x-2)}{3} + \dots + \frac{2x(x+1)}{3} \right)$
Déterminer l'ensemble des réels x vérifiant : $\frac{2x+1}{x+1} \leq \frac{2-3x}{2-x}$	$S = \dots] -\infty, 0] \dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots \frac{n(n+1)(4n-1)}{6} \dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2-1}{k^2+k-6}$	$B_n = \dots \frac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)} \dots$
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots [1, 2.8 - \sqrt{7.4.3}] \dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	Les fonctions constantes

Questions	Réponses
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots 2 \dots$
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \begin{cases} 2x+7 & x \leq 0 \\ 2x^2+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2 & x > 3 \end{cases}$
Dessiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	
Soit f la fonction de variable réelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+3x+2}$. Déterminer $f(D_f)$ où D_f est le domaine de définition de f	$f(D_f) = \dots]-\infty, 1] \cup [9, +\infty[\dots$
Soit a un paramètre réel et f_a la fonction définie par $f_a(x) = e^{-x} + ax$. On désigne par C_a la représentation graphique de f_a dans un plan rapporté au repère (O, i, j) . Déterminer le point d'intersection $M(x_0, y_0)$ de la tangente de f_a au point d'abscisse x_0 avec l'axe (O, j) .	$M(x_0, y_0) = \left(x_0, \dots \frac{e^{-x_0} + ax_0}{a - e^{-x_0}}, a \right) \dots$
On considère une fonction h dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{x\sqrt{1+x^2} + (x^2+1)}$
$\forall x \in]0, +\infty[f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$. Soit $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$ avec $x > 0$. Calculer $g'(x)$	$g'(x) = \dots 0 \dots$
Calculer $I = \int_0^x (t-1) \exp(-t) dt$ avec $x \in \mathbb{R}$	$I = \dots -x \cdot e^{-x} \dots$
Calculer $J = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$J = \int_0^2 (x^2 - 5x + 6) dx + \int_2^3 (x^2 - 5x + 6) dx + \int_3^{11} (x^2 - 5x + 6) dx$ $J = 415/2$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots 5 \dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots 6 \dots$ mouchoirs / jour $\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots 50g \dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre (0, 1, ..., 9) 6 fois et 2 opérations (+, -, ×, ÷) ?	$100 = \dots 99 \dots + \dots 99 \dots / 99 \dots$

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès
CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| **Questions à réponse précise, Partie A** ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a + ib$	
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle $\widehat{BAC}$ en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de E : $A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$	
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1 . Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x \, dx$	
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^4 + 1} - (ax^2 + b) + \frac{1 - \cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de $\mathcal{C}$ définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès
CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| Questions à réponse précise, Partie A ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)	
Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	$f(u+4\pi) = \sin\left(2\pi + \frac{u}{2}\right) + \cos(u+4\pi)$ $= f(u)$ $\Rightarrow T = 4\pi$
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	$S = \left\{ \frac{k\pi}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	$a = b = 16$
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	$g'(u) = 4u f(u^2) f'(u) g(u)$
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	$f(E) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	$\max_{u \in [-1,1]} f(u) = 3$ $\min_{u \in [-1,1]} f(u) = 0$
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle $\widehat{BAC}$ en radian	$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = 0,02$ $\Rightarrow \widehat{BAC} = 1,55 \text{ rad}$
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	

Questions à réponse précise, Partie B

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A \Delta B$, le sous-ensemble de E : $A \Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A \Delta E$ et $A \Delta C_E^A$	par définition $A \Delta E = (A \cup E) \setminus (A \cap E) = E \setminus A = \bar{A}$ $A \Delta \bar{A} = (A \cup \bar{A}) \setminus (A \cap \bar{A}) = E \setminus \emptyset = E$
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	$AB = AC = BC = \frac{1}{3}$
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	$I = \sqrt{2} \ln(\sqrt{2} - 1)$
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x dx$	$J = \frac{(-1)^n e^{-n\pi} (e^{-\pi} + 1)}{2}$
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	$g \circ f = \begin{cases} 2n+7 & \text{si } n \in [0, +\infty[\\ n^2 & \text{si } n \in [-\sqrt{3}, 0[\\ 2n^2+3 & \text{si } n \in]-\infty, -\sqrt{3}] \end{cases}$
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^4 + 1} - (ax^2 + b) + \frac{1 - \cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de $\mathbb{C}$ définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x + 3y - 5 = 0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))	
Questions	Réponses
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (a) La somme de deux fonctions monotones est monotone (b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$ (c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ (d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$ (e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel	
Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes : (a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$ (b) La fonction ψ est strictement décroissante et positive (c) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E (d) La fonction h, définie sur $\mathbb{R}$, atteint toutes les valeurs de $\mathbb{N}$ (e) Tout réel possède une racine carrée dans $\mathbb{R}$	

|| Questions à réponse précise, Partie II ||

Répondre dans la colonne Réponses (Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Soit le segment $P_1(-8, 5)$ et $P_2(6, 11)$. Déterminer les coordonnées du point $P(x, y)$ situé aux deux tiers de ce segment à partir du point P_1	
Trouver les entiers relatifs a , b et c de sorte que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x - a)(x - 10) + 1 = (x + b)(x + c)$	
E , F et G étant trois ensembles finis, exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles E , F , G , $E \cap F$, $E \cap G$, $F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	
Exprimer à l'aide d'intervalles de $\mathbb{R}$ l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	
Représenter graphiquement le domaine limité par : $x^2 + y^2 + 2y \leq 3$, $x + y \leq 0$ et $x > -1$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, *, et /	
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$	
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	
Diviser $20xy + 5y^2 - 10y - 12x + 6$ par $5y - 3$ avec $x \in \mathbb{R}$ est un paramètre fixé	

Questions à réponse précise, Partie C

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?	
Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x $ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	
Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$	
Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ Calculer $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ avec $x \in I$	
On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$	
Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1 $	
Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 - e^x}$	
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $ E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x	
Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))	
Questions	Réponses
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (a) La somme de deux fonctions monotones est monotone (b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$ (c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ (d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$ (e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel	a) Fausse. (b) Fausse : $D_f =]1, 2[\cup]2, +\infty[$ (c) Fausse, pour $A = B = \mathbb{R}$ et $C = \mathbb{R}^+$ $(A \cup B) \cap C = \mathbb{R}^+$ et $A \cup (B \cap C) = \mathbb{R}$ (d) Vrai, (e) Fausse, $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ sont irrationnels mais leur somme qui est nulle n'est pas irrationnel
Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes : (a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$ (b) La fonction ψ est strictement décroissante et positive (c) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E (d) La fonction h, définie sur $\mathbb{R}$, atteint toutes les valeurs de $\mathbb{N}$ (e) Tout réel possède une racine carrée dans $\mathbb{R}$	(a) $(\exists k \in \mathbb{R})(\forall u \in [0, 5]) f(u) = k$ (e) $(\forall b \in \mathbb{R})(\exists a \in \mathbb{R}) b = a^2$

Questions à réponse précise, Partie II

Répondre dans la colonne Réponses (Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Soit le segment $P_1(-8, 5)$ et $P_2(6, 11)$. Déterminer les coordonnées du point $P(x, y)$ situé aux deux tiers de ce segment à partir du point P_1	
Trouver les entiers relatifs a , b et c de sorte que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x-a)(x-10) + 1 = (x+b)(x+c)$	
E , F et G étant trois ensembles finis, exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles E , F , G , $E \cap F$, $E \cap G$, $F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	$\text{Card}(E \cup F \cup G) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) + \text{Card}(G) - \text{Card}(E \cap F) - \text{Card}(E \cap G) - \text{Card}(F \cap G) + \text{Card}(E \cap F \cap G)$
Exprimer à l'aide d'intervalles de $\mathbb{R}$ l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	$A = [2, 4] \cup [-4, -2]$
Représenter graphiquement le domaine limité par : $x^2 + y^2 + 2y \leq 3$, $x + y \leq 0$ et $x > -1$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	$6 \div (1 - 5 \div 7) = 6 \div \frac{2}{7} = 21$
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$	$B = \left[\sqrt{2}, \frac{7\pi}{12} \right]^{20} = \left[2^{10}, 14\pi \right] = 2^{10} = 4096$
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	$\alpha = \frac{2}{15} \left(1 - \left(\frac{2}{5} \right)^n \right) + \frac{27}{10} \left(1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right)$
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	$\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7) = n(n + 8)$
Diviser $20xy + 5y^2 - 10y - 12x + 6$ par $5y - 3$ avec $x \in \mathbb{R}$ est un paramètre fixé	

Questions à réponse précise, Partie C

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?	
Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x $ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	
Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$	$-\frac{\cos^2 t}{4} + \frac{t^4 \cdot \cos^2 t}{4} + \frac{1}{4}$
Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ Calculer $F(x) = \int_0^x f(x) dx$ avec $x \in I$	
On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$	
Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1 $	
Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 - e^x}$	
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $ E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x	
Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Mardi 22/07/08 - Durée : 3h 03mn

- N.B.** * La rédaction peut être en français ou en arabe
* La rigueur du raisonnement, la clarté de la rédaction et la qualité de la présentation seront des éléments importants d'appréciation de la copie.

|| Exercice I, Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts) ||

Q1.1 Calculer $(1 + q + q^2 + \dots + q^n)(1 - q)$

Q1.2 Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ par

$$f(x) = (x^2 - 1) \ln \left(\left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right)$$

Etudier la parité de la fonction f

Q1.3 Soit $x \in \mathbb{R}$, on note $(E) : e^{2x} - 2me^x + 1 = 0$. Déterminer l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles l'équation (E) n'admet pas de racine réelle

Q1.4 Soit $u_n = \int_1^2 \frac{(\ln t)^n}{t} dt$, avec $n \in \mathbb{N}$, la suite (u_n) est-elle monotone ?

Q1.5 Une planche est posée sur deux rondins de bois de 31,83 cm de haut. De combien aura avancé la planche quand les rondins auront fait un tour ?



|| Exercice II, Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts) ||

Q2.1 Démontrer que : $\forall (a, b, c) \in \mathbb{R}^+ / a^2 - c^2 = b$ on a $\sqrt{a+b} + \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}$

Q2.2 On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$, montrer que

$$\forall x \in [-2, 3], \forall y \in [-2, 3] \text{ on a } |f(x) - f(y)| \leq 27|x - y|$$

Q2.3 Etudier la limite quand x tend vers 1 de la fonction $f : x \mapsto x + E(x)$ ($E(x)$ désignant la partie entière de x)

Q2.4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\sqrt{2(x+1)} > x$

Q2.5 On définit une suite par la donnée de la relation : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n - 802 = 0$ et par son premier terme $u_0 = 2$. Calculer u_{19}

Les réponses doivent figurer sur cette feuille de l'épreuve

|| Exercice III : QCM , Barème : 14Pts ||

Attention : Afin de pénaliser les réponses basées sur le hasard, l'exercice est noté en entier de la manière suivante : Notons par n et m respectivement le nombre de réponses justes et fausses. La note attribuée à l'exercice sera :

$$\begin{array}{ll} n+2 & \text{si } n \geq 10 \\ n & \text{si } m < 5 \\ 0 & \text{si } m \geq 5 \end{array}$$

“ La vie est complexe car nous avons tous une partie réelle et une partie imaginaire ”

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?	V ou F
Q3.01 : $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.02 : $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.03 : Sept cars (identiques) pleins aux deux tiers partent de Meknès à Fès, un quart des touristes descend de chaque car. Les trois quarts des touristes restants sont rassemblés dans trois cars.	
Q3.04 : Le produit de deux fonctions négatives décroissantes est une fonction croissante	
Q3.05 : Si a est un nombre réel quelconque et f une fonction définie et strictement décroissante sur $]a, +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	
Q3.06 : Une fonction ni continue ni monotone peut être bijective	
Q3.07 : Soient les fonctions $u(x) = \ln x$ et $v(x) = \frac{x+1}{x-1}$, on note par $\mathcal{D}_{u \circ v}$ et $\mathcal{D}_{v \circ u}$ les ensembles de définition respectifs de $u \circ v$ et $v \circ u$. On a $\mathcal{D}_{u \circ v} = \mathcal{D}_{v \circ u}$	
Q3.08 : On note F l'ensemble des applications f continues de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ vérifiant $\begin{cases} \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 & f(x+y)f(x-y) = (f(x)f(y))^2 \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$ La fonction $x \mapsto 2^{-x^2}$ appartient F	
Q3.09 : La fonction $f : x \mapsto x - 1 + \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$ si $x \neq 1$ et telle que $f(1) = 1$ admet une tangente en tout point de $\mathbb{R}$	
Q3.10 : On considère $I_1 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x} dx$ et $I_2 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos x} dx$, on a $I_1 = I_2$	
Q3.11 : L'équation $10x^3 + x - 1 = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $]0, 1[$	
Q3.12 : La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -(x^2 + 3x + 1)e^x$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' - y = (2x + 3)e^x$	

Exercice IV : Questions à réponse précise, Barème : 12Pts

Répondre dans la colonne réponse		
Barème	Question	Réponse
2Pts	Q4.01 : Citer parmi les propositions A, B, C et D celles qui sont équivalentes ? $\begin{cases} A : (P \implies Q) \implies R \\ B : (P \text{ et } Q) \implies R \\ C : P \implies (Q \implies R) \\ D : (P \implies R) \text{ et } (Q \implies R) \end{cases}$	
1Pt	Q4.02 : Soit $f : x \mapsto f(x)$ une fonction deux fois dérivable sur $] -1, 1[$ et soit la fonction $F : x \mapsto f(\sin t)$ définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Déterminer la dérivée seconde de F.	
1Pt	Q4.03 : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$	
2Pts	Q4.04 : On considère l'ensemble $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. a) Déterminer le cardinal de l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E. b) Soient $A = \{a, b, d, f\}$ un des sous-ensembles de E, calculer le nombre d'applications de E dans A.	
0Pt	Q4.05 : Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]1, +\infty[$ par : $g(x) = (x+1) \ln(x+1) - (x-1) \ln(x-1)$ Calculer $g'(x)$	
1Pt	Q4.06 : Calculer l'intégrale $\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx$	
2Pts	Q4.07 : Déterminer l'ensemble $f(I)$ dans les cas suivants : a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ et $I =]0, 1[$ b) $f(x) = \sin x$ et $I =]0, \pi]$	
1Pt	Q4.08 : Soit A le point de coordonnées $(1, -2)$ et $\mathcal{D}$ la droite d'équation $3x + 4y - 1 = 0$. Calculer la distance de A à $\mathcal{D}$.	
1Pt	Q4.09 : Calculer la partie réelle et imaginaire du complexe $(1 + i\sqrt{3})^9$	
1Pt	Q4.10 : Au fond d'un puits de 12 m se trouve un escargot. Pendant la journée, il grimpe de 3 m. Mais chaque nuit, il glisse de 2 m. Il commence son ascension le 1er juin à 8 heures. Quel jour et quelle heure sortira-t-il du puits ?	

Concours d'accès en Première année

Epreuve de Mathématiques

Séries Sciences Expérimentales et Techniques

Durée 3 heures et 30 minutes

Exercice 1 (10 pts):

Pour chacune des questions qui suivent, dire, sans justification, si elle est vraie ou fausse. Pour chacune des questions, il est compté un point si la réponse est exacte et zéro sinon.

1. Soient les expressions logiques

$$(*) \quad p \Rightarrow (q \Rightarrow (\text{non}(r)))$$

$$(**) \quad (\text{non}(q)) \text{ ou } (\text{non}(r)) \text{ ou } (\text{non}(p)).$$

1.1. On a : $(*) \Leftrightarrow (**)$.

1.2. L'expression $(*)$ est vraie dans le cas où l'on a l'expression : $(p \text{ ou } r)$ est fausse.

2. Soient les quantificateurs Q_1, Q_2 et $Q_3 \in \{\exists; \forall\}$ et l'expression

$$(***) \quad Q_1 x \in \mathbb{N}, \quad Q_2 y \in \mathbb{N}, \quad Q_3 z \in \mathbb{N}, \quad x = yz.$$

$(***)$ n'est vraie que dans un seul cas.

3. Soient A, B et C trois ensembles quelconques.

3.1. On a toujours $(A \cup B) \setminus (A \cup C) \subset A \cup (B \setminus C)$.

3.2. On n'a jamais $(A \cup B) \setminus (A \cup C) = A \cup (B \setminus C)$.

4. Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 10$

4.1. $(2 - x)$ divise $P(x)$.

4.2. $(2 - i)$ et $(2013 - i)$ sont des racines de $P(x)$.

5. Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue en 0 et en 1 et telle que $f(x^2) = f(x)$, alors f est constante.

6. Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue et périodique alors f n'est pas bornée.

7. Soit $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ continue et telle qu'il existe $k \in \mathbb{R}$ t.q. : $0 \leq f(x) \leq k \int_0^x f(t)dt$ alors $f \equiv 0$.

Exercice 2 (5 pts):

Soient $a_1, a_2, \dots, a_n$ des nombres réels positifs non nuls distincts deux à deux, l'objectif est de montrer l'inégalité $(\prod_{i=1}^n a_i) < \left(\frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}\right)^n$.

1. Montrer que $a_1 a_2 < \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2$.

2. Montrer que $a_1 a_2 a_3 a_4 < \left(\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}\right)^4$.

3. Montrer que $a_1 a_2 \dots a_{2^k} < \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2^k}}{2^k}\right)^{2^k} \quad \forall k \in \mathbb{N}$.

4. On suppose $n < 2^k$ pour un certain $k \in \mathbb{N}$ et que $a_1, a_2, \dots, a_n$ sont donnés. On pose $c_1 = a_1, c_2 = a_2, \dots, c_n = a_n$ puis $c_{n+1} = c_{n+2} = \dots = c_{2^k} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} = u$. Dédurre de la question 3 que

$$a_1 a_2 \dots a_n u^{2^k - n} < u^{2^k}.$$

5. Conclure.

Exercice 3 (9 pts):

Notations : Soient a et b deux entiers dans $\mathbb{N}^*$, on note $b|a$ si b est un diviseur de a et on définit $D_a = \{d \in \mathbb{N}^* : d|a\}$ l'ensemble des diviseurs de a . On note, enfin, $a \wedge b$ le plus grand commun diviseur de a et b qui vaut le plus grand élément de l'ensemble $D_a \cap D_b$.

1. Montrer que $D_{a \wedge b} = D_a \cap D_b$.
2. Montrer que $\forall a, b, c \in \mathbb{N}^* \quad (a \wedge b) \wedge c = (a \wedge (b \wedge c))$.
3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^n k^3$. Montrer que $S_n = (\sum_{k=1}^n k)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.
4. Soit un entier $p \in \mathbb{N}^*$ quelconque.
 - 4.1. Calculer $S_{2p} \wedge S_{2p+1}$.
 - 4.2. Calculer $S_{2p+1} \wedge S_{2p+2}$.
 - 4.3. Calculer $S_{2p} \wedge S_{2p+1} \wedge S_{2p+2}$.
 - 4.4. Calculer $S_{2p+1} \wedge S_{2p+2} \wedge S_{2p+3}$.
5. Calculer $(S_n \wedge S_{n+1}) \wedge S_{n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Problème 1 (22 pts):

Partie A : Questions préliminaires (7 pts)

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite dans $\mathbb{Z}$ supposée convergente vers $l \in \mathbb{R}$.
 - 1.1 Montrer qu'il existe $m \in \mathbb{N}$ t.q. $\forall n \geq m \quad |u_n - l| < 1/4$.
 - 1.2 Montrer que $\forall n \geq m \quad |u_n - u_{n+1}| < 1/2$.
 - 1.3 En déduire que $(u_n)_{n \geq m}$ est constante.

« On a montré que si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite dans $\mathbb{Z}$ convergente alors elle est stationnaire. »
2. Soient f une fonction continue et positive et F sa primitive sur $[a, b]$ c.à.d. $\int_a^x f(t)dt = F(x)$.
 - 2.1 Montrer que F est croissante.
 - 2.2 Supposons qu' $\exists x_0 \in [a, b]$ t.q. $f(x_0) > 0$, montrer alors qu'il existe un intervalle $I \subset [a, b]$ tel que $x_0 \in I$ et vérifiant $f(x) > 0 \quad \forall x \in I$.
 - 2.3 Déduire de 2.1 et 2.2 que si $f \geq 0$ telle que $\int_a^b f(t)dt = 0$ alors $f \equiv 0$.
 - 2.4 Soit $M \in \mathbb{R}^+$ t.q. $f \leq M$ et g une autre fonction continue et positive sur $[a, b]$. Montrer que $\int_a^b f(t)g(t)dt \leq M \int_a^b g(t)dt$.

Partie B (7 pts):

Soient p, q et $n \in \mathbb{N}^*$. On définit $P_n(X) = \frac{1}{n!}(qX - p)^n X^n$ et $I_n = \int_0^\pi P_n(x) \sin(x) dx$.

1. Montrer que $P_n(0)$ et $P_n\left(\frac{p}{q}\right)$ sont dans $\mathbb{Z}$.
2. Montrer que

$$(X^n)^{(i)}(0) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq n \\ n! & \text{si } i = n, \end{cases}$$

et que

$$((qX - p)^n)^{(i)}\left(\frac{p}{q}\right) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq n \\ n! q^n & \text{si } i = n. \end{cases}$$

3. En déduire que $(P_n)^{(k)}(0)$ et $(P_n)^{(k)}\left(\frac{p}{q}\right) \in \mathbb{Z} \quad \forall k \in \mathbb{N}^*$.
4. Vérifier qu' $\exists M \in \mathbb{R}^+ \quad \sup_{[0, \pi]} |X(qX - p)| \leq \pi M$.
5. Montrer que $\forall p, q \in \mathbb{N}^* \quad I_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

Partie C (8 pts):

Supposons qu' $\exists p, q \in \mathbb{N}^*$ tels que $\pi = \frac{p}{q}$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad I_n \in \mathbb{Z}$
2. Montrer qu'il existe $N \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq N \quad I_{2n} = 0$.
3. En déduire que $P_{2n}(\pi/2) = 0 \quad \forall n \geq N$.
4. Savez-vous ce que vous avez démontré ?

Problème 2 (9 pts):

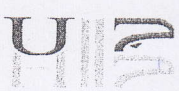
1. Dans un stand de tir, un tireur effectue des tirs successifs pour atteindre un ballon afin de le crever. A chacun de ces tirs, il a la probabilité 0,2 de crever le ballon. Le tireur s'arrête quand le ballon est crevé. Les tirs successifs sont supposés indépendants.
 - 1.1. Quelle est la probabilité qu'au bout de deux tirs le ballon soit intact ?
 - 1.2. Quelle est la probabilité que deux tirs suffisent pour crever le ballon ?
 - 1.3. Quelle est la probabilité p_n que n tirs suffisent pour crever le ballon ?
 - 1.4. Pour quelles valeurs de n a-t-on $p_n > 0,99$?
2. Ce tireur participe au jeu suivant :
 Dans un premier temps il lance un dé tétraédrique régulier dont les faces sont numérotées de 1 à 4 (la face obtenue avec un tel dé est la face cachée) ; soit k le numéro de la face obtenue. Le tireur se rend alors au stand de tir et il a droit à k tirs pour crever le ballon.
 Démontrer que, si le dé est bien équilibré, la probabilité de crever le ballon est égale à 0,4096 (on pourra utiliser un arbre pondéré).
3. Le tireur décide de tester le dé tétraédrique afin de savoir s'il est bien équilibré ou s'il est pipé. Pour cela il lance 200 fois ce dé et il obtient le tableau suivant :

Face k	1	2	3	4
Nombre de sorties de la face k	58	49	52	41

- 3.1. Calculer les fréquences de sorties f_k observées pour chacune des faces.
- 3.2. On pose $d^2 = \sum_{k=1}^4 (f_k - 1/4)^2$. Calculer d^2 .
- 3.3. On effectue maintenant 1000 simulations des 200 lancers d'un dé tétraédrique bien équilibré et on calcule pour chaque simulation le nombre d^2 . On obtient pour la série statistique des 1000 valeurs de d^2 les résultats suivants :

Minimum	D_1	Q_1	Médiane	Q_3	D_9	Maximum
0,00124	0,00192	0,00235	0,00281	0,00345	0,00452	0,01015

Au risque de 10% peut-on considérer que ce dé est pipé ?

Université Hassan II Casablanca 	Concours d'entrée en 1^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES MATHÉMATIQUE A/B Epreuve de physique / 1 août 2016 Durée : 2h00			Université Moulay Ismail 
	Nom :	- La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature - L'épreuve contient 2 pages. Elle est composée de quatre parties indépendantes : deux parties rédaction et deux parties QCM. - L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.		
	Prénom :			
CNE :	Signature du candidat			

Physique I (Mécanique) :

Exercice 1 :

On se propose d'étudier deux possibilités du mouvement d'une masselotte de masse m coulissant sans frottement sur une tige. La masselotte est attachée au point fixe A par un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 .

Partie 1 :

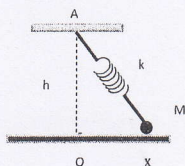
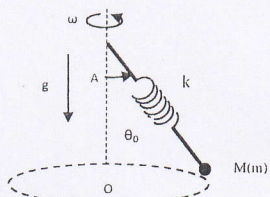
L'extrémité fixe A est située à une distance h de la tige horizontale (Ox). On désigne par x l'abscisse de M par rapport à O la projection de A. En fonction k, x, l_0 et h , déterminer :

- 1.1. L'expression de la force de rappel.
- 1.2. L'expression de l'énergie potentielle sachant que $E_p(x=0) = 0$.
- 1.3. Les positions d'équilibres.
- 1.4. Les pulsations des petites oscillations autour des positions d'équilibres stables.

Partie 2 :

La tige fait un angle de θ_0 par rapport à (OA) et tourne uniformément (ω) autour de cet axe.

- 1.5. Déterminer l'équation différentielle de M le long de la tige.
- 1.6. Déterminer la position d'équilibre et la période d'oscillation.
- 1.7. Déterminer la vitesse angulaire maximale (ω_{max}) de la tige pour que le mouvement de la masselotte soit stable (Borné).



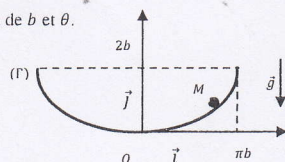
Exercice 2 :

Un point matériel M peut glisser sans frottement dans un plan vertical (xoy) sur un support d'équation (Γ) :

$$\begin{cases} x = b[\theta + \sin(\theta)] \\ y = b[1 - \cos(\theta)] \end{cases} \quad b \text{ est une constante et } \theta \text{ est un paramètre entre } 0 \text{ et } 2\pi. \text{ Déterminer :}$$

- 2.1. L'abscisse curviligne $S = \text{arc}(OM)$ en fonction de b et θ .
- 2.2. L'énergie potentielle en fonction de S .
- 2.3. L'équation différentielle vérifiée par S

ainsi que la période d'oscillation du point M.



QCM Physique I (Mécanique) :

1. Un point matériel se déplaçant dans le plan (xoy) est repéré

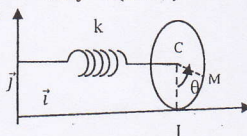
$$\text{par } \begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 \end{cases}. \text{ Le rayon de courbure de sa trajectoire est :}$$

- a. $R_c = 2\sqrt{1+t^2}$ b. $R_c = 2/\sqrt{1+t^2}$ c. $R_c = 2(1+t^2)^{3/2}$ d. $R_c = 2(1+t^2)^{-3/2}$

2. Un disque (D) de centre C et de rayon R se met en mouvement dans le plan (xoy). Il est parfaitement attaché par

un ressort de raideur (k) et de masse négligeable.

Le moment d'inertie de (D) par rapport à son axe est $J = \frac{1}{2}mR^2$



On suppose que le contact au point I s'effectue avec frottement et sans glissement.

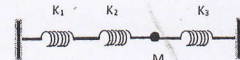
L'équation différentielle que satisfait l'abscisse du centre est :

- a. $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ b. $\ddot{x} + \frac{2k}{3m}x = 0$ c. $\ddot{x} + \frac{3k}{2m}x = 0$ d. $\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$

3. Un point matériel M de masse m est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h . On suppose que les frottements sont négligeables. Le champ de pesanteur se met sous la forme suivante $g(z) = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$. R : rayon de la terre et z l'altitude du point M. La durée suffisante pour que M arrive au sol est :

- a. $(1 + \frac{z}{R})\sqrt{\frac{2h}{g_0}}$ b. $\sqrt{\frac{2h}{g_0}}$ c. $\int_0^h \frac{(1 + \frac{z}{R})dz}{\sqrt{2g_0(h-z)}}$ d. $\int_0^h \frac{dz}{\sqrt{2g_0(h-z)}}$

4. La figure ci-dessous représente l'association de trois ressorts de raideurs k_1, k_2 et k_3 . M est un point matériel de masse m . La raideur du ressort équivalent est :



- a. $k_1 + k_2 + k_3$ b. $k_1 + \frac{k_2 k_3}{k_2 + k_3}$ c. $k_2 + \frac{k_1 k_3}{k_1 + k_3}$ d. $k_3 + \frac{k_2 k_1}{k_2 + k_1}$

5. Un neutron de masse m et animé d'une vitesse v_0 (E_{c0}) entre en collision frontale (choc direct) avec un noyau au repos de masse αm (α est un coefficient). Le choc est supposé parfaitement élastique (Conservation de l'énergie cinétique et de quantité de mouvement). En supposant qu'un neutron subit plusieurs chocs successifs dans les mêmes conditions. Au bout de n chocs, l'énergie cinétique du neutron est :

- a. $E_{cn} = \left[\frac{1+k}{1-k}\right]^{2n} E_{c0}$ b. $E_{cn} = n \frac{1-k}{1+k} E_{c0}$ c. $E_{cn} = \left[\frac{1-k}{1+k}\right]^n E_{c0}$ d. $E_{cn} = \left[\frac{1-k}{1+k}\right]^{2n} E_{c0}$

6. En mars 1979, la sonde Voyager 1 s'approchant de Jupiter à une altitude z mesure le champ gravitationnel G créé par cette planète. ($G_1 = G(z_1)$ et $G_2 = G(z_2)$). Le rayon de Jupiter est :

- a. $\frac{z_2 - z_1}{\frac{G_1}{G_2} - 1} - z_1$ b. $\frac{z_1 - z_2}{\frac{G_1}{G_2} - 1} - z_2$ c. $\frac{z_2 - z_1}{\sqrt{\frac{G_1}{G_2} - 1}} - z_1$ d. $\frac{z_1 - z_2}{\sqrt{\frac{G_1}{G_2} - 1}} - z_2$

Fiche de réponse :

Physique I (Mécanique) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1	$\vec{T} =$		1.6.		
1.2.	$E_p(x)=$		1.7.		
1.3.			2.1.	$S=$	
1.4.			2.2.	$E_p(s)=$	
1.5.			2.3.		

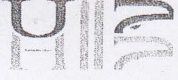
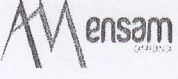
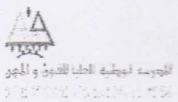
TOTAL/20pts

Fiche de réponse :

QCM Physique I (Mécanique) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		4.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		5.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
3.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		6.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	

TOTAL/12pts

Université Hassan II Casablanca  	Concours d'entrée en 1 ^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES MATHÉMATIQUE A/B Epreuve de physique / 1 août 2016 Durée : 2h00 ✓ La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature ✓ L'épreuve contient 2 pages. Elle est composée de quatre parties indépendantes : deux parties rédaction et deux parties QCM. ✓ L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.	Université Moulay Ismail  
--	--	--

Physique II (Electricité) :

Exercice 1 : On considère le montage électrique représenté sur la figure ci-dessous, il comporte :

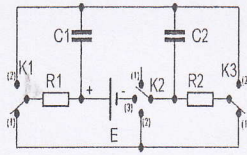
- Un générateur de tension continue E.
- Deux condensateurs $C_1 = C_2 = C$.
- Deux conducteurs ohmiques $R_1 = R_2 = R$.
- Trois interrupteurs K_1 , K_2 et K_3 .

N.B.

✓ Dans toutes les parties on note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

✓ $i_1(t)$ le courant dans le condensateur C_1

✓ $q_1(t)$ la charge de C_1 et $q_2(t)$ la charge de C_2 .



Partie A : K_1 , K_2 et K_3 sont en positions (1).

À l'instant $t=0$ le condensateur C_1 possède la charge q_0 et le condensateur C_2 est déchargé.

1.1. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $q_1(t)$ en fonction de q_0 , R et C.

1.2. En déduire la loi d'évolution $i_1(t)$.

1.3. Calculer l'intensité du courant i_1 en régime permanent.

1.4. Déterminer l'expression de w l'énergie calorifique dissipée dans le circuit en fonction de q_0 et C

Partie B : K_1 en position (1), K_2 et K_3 sont en positions (2).

À l'instant $t=0$ le condensateur C_1 possède la charge q_0 et le condensateur C_2 est déchargé. On posera :

$$2\alpha = \frac{R_1 C_1 + R_2 (C_1 + C_2)}{R_1 R_2 C_1 C_2} = \frac{3}{RC} \text{ et } \beta^2 = \alpha^2 - \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = \alpha^2 - \frac{1}{(RC)^2}$$

1.5. En déduire la loi d'évolution $q_2(t)$ en fonction de α , β , q_0 et le produit R.C.

Partie C : K_1 et K_3 sont en positions (2), K_2 en position (3).

À l'instant $t=0$ les deux condensateurs sont déchargés.

1.6. Calculer l'intensité du courant i débité par le générateur en régime permanent.

1.7. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $q_1(t)$ en fonction de E, R et C.

1.8. En déduire la loi d'évolution $q_1(t)$.

Exercice 2 : On considère le montage électrique représenté sur la figure ci-dessous.

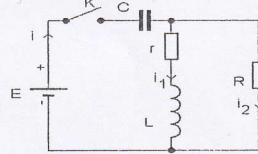
Le condensateur est déchargé à l'instant $t=0$ où on ferme l'interrupteur K. la résistance du générateur de tension est négligeable. Déterminer :

2.1. l'équation différentielle en $i_2(t)$.

2.2. la loi d'évolution du courant $i_2(t)$ dans la résistance R. pour les valeurs $L=1\text{H}$, $C=10\mu\text{F}$, $r=100\Omega$, $R=1000\Omega$ et $E=200\text{V}$.

2.3. Le courant minimal ($i_{2\min}$)

2.4. la tension maximale $U_{\max}$ aux bornes du condensateur.



QCM Physique II (Electricité) :

1. On réalise le montage représenté sur la figure suivante :

On bascule l'interrupteur en position 1 puis on le fait passer en position 2. Déterminer :

1.1. la charge Q_1 du condensateur C_1 :

- a. $2,86 \mu\text{C}$; b. $7,15 \mu\text{C}$; c. $10 \mu\text{C}$; d. $0,5 \text{mC}$;

1.2. l'énergie totale des deux condensateurs :

- a. $14,3 \mu\text{J}$; b. $10 \mu\text{J}$; c. $50 \mu\text{J}$; d. $54,3 \mu\text{J}$

2. Dans un circuit RLC parallèle l'équation différentielle vérifiée par i en fonction de :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } \lambda = \frac{1}{2RC\omega_0} \text{ est donnée par : } \frac{d^2 i}{dt^2} + 2\lambda\omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0.$$

Déterminer :

2.1. l'impédance équivalente du dipôle AB pour $\omega = \omega_0$:

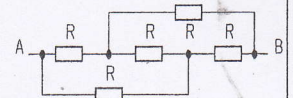
- a. R ; b. $1/\sqrt{LC}$; c. 0 ; d. ∞ ;

2.2. la valeur de R pour avoir le régime critique (régime qui correspond au retour le plus rapide de i vers zéro sans oscillations) sachant que $i(t=0)=i_0 \neq 0$ et $u(t=0)=0$.

- a. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$; b. $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$; c. $2\sqrt{\frac{L}{C}}$; d. $2\sqrt{\frac{C}{L}}$;

3. Quelle est la résistance équivalente du dipôle AB du montage suivant :

- a. R ; b. 3R ; c. 5R ; d. 7R



4. Un voltmètre se comporte comme :

- a. Un fil (résistance 0Ω) ; b. Un interrupteur ouvert (résistance infinie) ; c. une résistance de faible valeur ; d. une résistance de forte valeur ($>1\text{M}\Omega$)

Physique II (Electricité) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1.			1.7.		
1.2.	$i_{C1}(t) =$		1.8.	$q_1(t) =$	
1.3.	$i_{C1}(\infty) =$		2.1.		
1.4.	$w =$		2.2.	$i_2(t) =$	
1.5.	$q_2(t) =$		2.3.	$i_{2\min} =$	
1.6.	$i(\infty) =$		2.4.	$U_{\max} =$	

TOTAL/24pts

QCM Physique II (Electricité) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		2.2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
1.2.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		3.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
2.1.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐		4.	a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐	

TOTAL/12pts

TOTAL de l'épreuve de physique /68pts

Physique II (Electricité) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0					
N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
I.1.	$\frac{dq_1(t)}{dt} + \frac{1}{RC} q_1(t) = 0 \Rightarrow q_1(t) = q_0 e^{-t/RC}$		I.7.	$q_1 + RC \frac{dq_1}{dt} = CE$	
I.2.	$i_{C1}(t) = - \frac{q_1(t)}{RC} = - \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC}$		I.8.	$q_1(t) = CE (1 - e^{-t/RC})$	
I.3.	$i_{C1}(\infty) = 0 \text{ A}$		2.1.	$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + (\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}) \frac{di_2}{dt} + \frac{R+r}{RLC} i_2 = 0$	
I.4.	$W = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C}$		2.2.	$i_2(t) = A \sin \omega t e^{-\alpha \omega t} / \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{(R+r)}{RLC(R+r)}$ $A = \frac{q_0}{RC} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{R+r}{RLC}}$	
I.5.	$q_2(t) =$		2.3.	$i_{2min} = 0 \text{ A}$	
I.6.	$i(\infty) = \frac{E}{2R}$		2.4.	$U_{max} = E = 200 \text{ V}$	
TOTAL/24pts					

DCM Physique II (Electricité) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
I.1.	a. ☐ b. ☐ c. ☒ d. ☐		2.2.	a. ☒ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
I.2.	a. ☐ b. ☐ c. ☒ d. ☐		3.	a. ☒ b. ☐ c. ☐ d. ☐	
2.1.	a. ☒ b. ☐ c. ☐ d. ☐		4.	a. ☐ b. ☒ c. ☐ d. ☐	
TOTAL/12pts					

TOTAL de l'épreuve de physique /68pts

Fiche de réponse :				Physique I (Mécanique) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0					
N° question	Réponse		Note	N° question n	Réponse		Note		
1.1	$\vec{T} =$			1.6.					
1.2.	$E_p(x) =$			1.7.					
1.3.				2.1.	$S =$				
1.4.				2.2.	$E_p(s) =$				
1.5.				2.3.					
TOTAL/20pts									
Fiche de réponse :				QCM Physique I (Mécanique) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1					
N° question	Réponse			Note	N° question	Réponse		Note	
1.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	4.	a. ☐	b. ☐	c. ☐	d. ☒
2.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	5.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐
3.	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	6.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐
TOTAL/12pts									

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL MEKNES/UNIVERSITE HASSAN II CASABLANCA
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES D'ARTS ET MÉTIERS-MEKNES/CASABLANCA

Concours d'entrée en Première année de
l'ENSAM - Meknès et de l'ENSAM - Casablanca
Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30 min

24 Juillet 2015

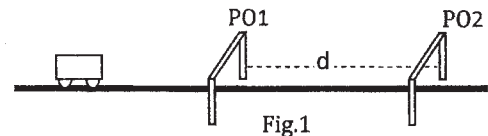
- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille « Fiche des réponses » à rendre seule avec la feuille d'examen

Physique I : Mécanique (cette partie de l'épreuve contient 4 parties indépendantes : I, II, III et IV)

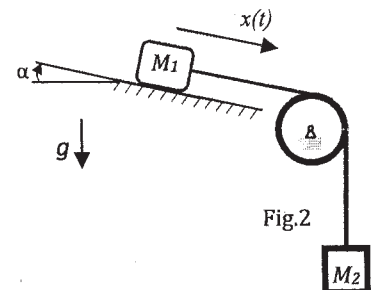
N.B : Chaque question est sur 2 points, la partie IV est un QCM. On donne : $g=10 \text{ m/s}^2$.

I. Un mobile se déplace le long d'un rail rectiligne avec une accélération constante γ . Pour mesurer sa vitesse, on utilise deux portes optiques PO1 et PO2 (permettant de capter la valeur de la vitesse quand un objet passe devant elle) distantes d'une distance d . Le mobile est lâché (sans vitesse initiale) à une distance d_0 à gauche de la première porte optique. Il franchit la distance d en un temps T , sa vitesse devant la deuxième porte est v_2 .

1. Exprimer la vitesse v_1 du mobile devant la première porte, et son accélération γ en fonction de T , d et v_2 .
2. Calculer la distance D entre le point de départ et la première porte pour $T = 0.5\text{s}$, $v_2 = 1.5 \text{ m/s}$ et $d = 0.5 \text{ m}$.



II. Soit le système composé de deux blocs de masses respectives M_1 et M_2 , attachés par une corde de masse négligeable et qui passe, sans glissement, à travers une poulie de rayon R et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation (Oy). Le bloc M_1 repose sur son support (plan incliné) faisant un angle α par rapport à l'horizontale (Fig.2). Le système est abandonné sans vitesse initiale.



Cas d'étude I - Absence du frottement

3. Déterminer l'accélération γ des deux blocs en fonction de M_1 , M_2 , J , R , α et g ,
4. Déterminez les tensions T_1 et T_2 dans la corde en fonction de M_1 , M_2 , J , R , α et g .

Cas d'étude II -Présence du frottement : le bloc M_1 repose sur son

support en présence du frottement. On note $\vec{R}$ la force de réaction du

support sur la masse M_1 , avec $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$ (N étant normale au plan de contact et T est parallèle à celui-ci) telle

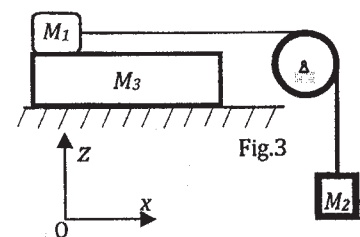
que : si le bloc M_1 est au repos, on a : $|T| \leq \mu N$, si le bloc est en mouvement, on a : $|T| = \mu N$, où μ est un coefficient (positif) appelé coefficient de frottement. On rappelle que le sens de la composante T est dans le sens contraire du mouvement du solide par rapport à son support.

Dans ce cas d'étude II, on considère la simplification suivante : $M_1=M_2=M$ et $J=MR^2/2$.

5. Exprimer l'inégalité à vérifier par α et μ pour que le système reste immobile (équilibre statique), en déduire l'équation traduisant l'angle α maximal pour que le système reste en équilibre statique.
6. Lors de son mouvement, déterminer l'équation horaire de M_1 en fonction de g , α , μ et t .

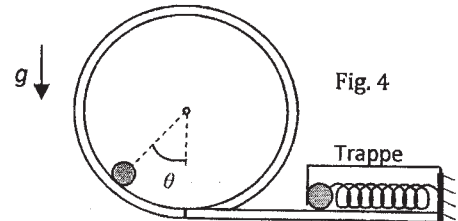
Cas d'étude III : on considère le montage de la figure 3, le bloc M_1 est posé sur un bloc de masse M_3 avec frottement de coefficient μ . Le contact du bloc M_3 sur son support (plan horizontal) se fait sans frottement. Le système se met en mouvement après avoir lâché le bloc M_2 .

7. Dessiner sur des schémas séparés les deux bilans des forces appliquées sur les blocs M_1 et M_3 .



8. En considérant : $M_1=M_2=M$, $M_3=4M$, $J=0$, déterminer les accélérations γ_1 et γ_3 des blocs M_1 et M_3 en fonction de g et μ .
9. Sous les mêmes conditions (question 8), si le bloc M_1 parcourt une distance d , calculer la distance x parcourue par le bloc M_3 en fonction de d et μ . Pour quelle valeur de μ , les deux blocs M_1 et M_3 parcourent la même distance.

III. Une masse ponctuelle m est **poussée** contre un ressort de raideur k au moyen d'une trappe puis lâchée du repos, la masse n'est pas liée au ressort, mais, elle est juste en contact avec celui-ci avant le départ. Son chemin est composé d'un rail horizontal et d'un rail de forme circulaire de rayon intérieur R situé dans un plan vertical (Fig.4). Une fois la particule entre dans le chemin circulaire, elle y sera tout le temps. Les frottements sont négligés sauf indication. Soit $\theta(t)$ l'angle qui décrit la position angulaire de la particule quand elle est sur son chemin circulaire.

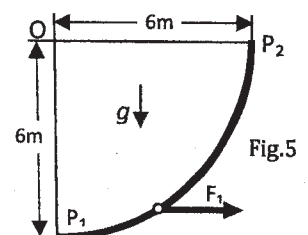


10. Exprimer la composante normale R_N de la force de réaction du rail sur la masse m en fonction de m , g , v , R et θ , où v est la vitesse instantanée de m . Déterminer l'accélération tangentielle γ_t de m en fonction de g et θ .
11. Déterminer la plus petite vitesse possible v_0 de la masse m au point le plus haut de la trajectoire pour qu'elle puisse traverser son chemin en fonction de R et g .
12. Déterminer le raccourcissement minimal x_0 du ressort correspondant en fonction de m , g , R et k .
13. Pour une position quelconque, exprimer l'énergie mécanique E_m de la particule en fonction de m , g , R , θ .
14. Déterminer l'équation du mouvement de la particule, exprimer la période du mouvement pour les petites oscillations en fonction de g et R .
15. Dans cette question, le chemin de la particule est graissé et a donné lieu à une force de frottement, ayant la forme $\vec{f} = -2\lambda m \vec{v}$ (où $\vec{v}$ est la vitesse instantanée de m , λ est une constante donnée), appliquée sur la particule de la part du rail, exprimer l'équation du mouvement de cette particule. En admettant que l'équation horaire du mouvement de la particule est de la forme : $\theta(t) = e^{-\lambda t} [A e^{\omega_1 t} + B e^{-\omega_1 t}]$, où $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$, déterminer les constantes A et B telles que : $\theta(0) = \theta_0$ et une vitesse initiale nulle.

IV. Répondre aux questions suivantes en cochant la bonne réponse (attention : 2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse) :

16. On fait tourner une bille au bout d'une corde selon une trajectoire circulaire dans le **plan vertical**, la corde se brise (coupure de la corde) lorsqu'elle est horizontale, la trajectoire de la bille sera :
 a. Parabolique b. circulaire c. droite d. quelconque (imprévisible)
17. Un système de levage soulève au moyen d'un câble une masse verticalement. La masse subit deux forces lors de son mouvement vers le haut : son poids P et la tension T du câble. Ces deux forces effectuent respectivement les travaux W_P et W_T , lequel des énoncés suivants est vrai :
 a. $W_P > 0$ et $W_T > 0$ b. $W_P < 0$ et $W_T < 0$ c. $W_P < 0$ et $W_T > 0$ d. $W_P > 0$ et $W_T < 0$
18. Une particule se déplace dans le plan (Oxy) selon ses coordonnées : $(x(t)=2-4t$ et $y(t) = -3t + t^3)$, le temps (t) est en (s) et la position est en cm . A l'instant $t=2$ s, le module de sa vitesse vaut :
 a. $\|\vec{v}\| = 4$ cm/s, b. $\|\vec{v}\| = \sqrt{97}$ cm/s c. $\|\vec{v}\| = 3$ cm/s d. $\|\vec{v}\| = \sqrt{13}$ cm/s
 L'orientation de sa vitesse par rapport à l'axe $(O\vec{x})$ est à (en radian) :
 a. $\pi/2 + \arctan(4/9)$ b. $\arctan(4/9)$ c. $-\arctan(4/9)$ d. $\pi/2 - \arctan(4/9)$

Soit une piste lisse en forme de quart de cercle (P_1, P_2) , de rayon égal à 6 m, située dans un plan vertical (Fig.5). Une masse ponctuelle qui pèse 4 N se déplace de P_1 à P_2 sous l'action de la force F_1 qui est toujours orientée selon l'horizontale et sa grandeur est constante et vaut $(47/6)N$.



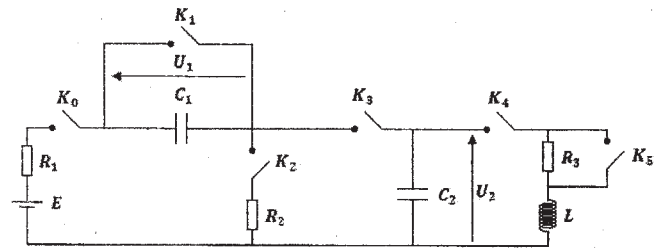
19. La somme des travaux des forces appliquées sur la particule est :
 a. 23 J b. 71 J c. $47\sqrt{2}$ J d. -23 J
20. Sachant que la vitesse en P_1 était de 4 m/s sa vitesse en P_2 est :
 a. $\sqrt{131}$ m/s b. 0 m/s c. $3\sqrt{7}$ m/s d. $2\sqrt{10}$ m/s

Physique II : Electricité (cette partie de l'épreuve contient un problème et un QCM)

N.B. Chaque question est notée sur deux points.

Problème : Le circuit, schématisé sur la figure ci-contre, comporte :

- Un générateur de tension continue : $E = 10V$;
- Une bobine idéale : L
- Deux condensateurs : C_1 et C_2 ;
- Trois résistances : R_1 , R_2 et R_3 ;
- Six interrupteurs : K_0 , K_1 , K_2 , K_3 , K_4 et K_5 .



Le circuit sera sujet à trois expériences indépendantes.

Première expérience : A l'instant $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K_0 et K_2 . Tous les autres interrupteurs sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$.
2. Quelle est la constante du temps (τ) du circuit ?
3. Etant donné que $U_1(0) = 0$, quelle est la durée nécessaire, en fonction de τ , pour que la tension U_1 soit égale à $9.5 V$?

Au bout d'un certain temps t_1 , la tension U_1 atteint une valeur permanente.

4. Quelle est la valeur permanente du courant traversant la résistance R_1 ?
5. Quelle est la valeur de la tension $U_1(t_1)$?
6. Quelle est l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t_1 en fonction de la tension $U_1(t_1)$?

Deuxième expérience : A l'instant $t_0 = 0$, on ferme les interrupteurs K_0 et K_3 . Tous les autres interrupteurs sont ouverts. Les tensions $U_1(t)$ et $U_2(t)$ atteignent leurs valeurs permanentes.

7. Quelle sera la valeur permanente de la tension U_1 , si l'on suppose que $U_1(t_0) = U_2(t_0) = 0 V$?
8. Quelle sera la valeur permanente de la tension U_2 , si l'on suppose que $U_2(t_0) = U_{20} \neq 0 V$ et que $U_1(t_0) = 0 V$?

Troisième expérience : On suppose que tous les interrupteurs sont ouverts, et que $U_2 = 10V$.

On ferme l'interrupteur K_4 . L'interrupteur K_5 étant toujours ouvert.

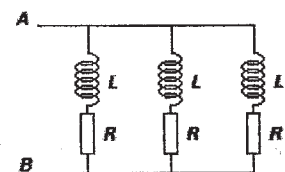
9. Donner l'équation différentielle qui caractérise le courant I_3 traversant la résistance R_3 .
10. Quelle sera la valeur permanente de la tension U_2 ?

Partie QCM : Questions à choix multiples

1. Trois bobines identiques, d'inductances L et de résistances internes R , sont mises en parallèle entre les points A et B .

Le dipôle AB est alors équivalent à :

- a. Une bobine d'inductance L et de résistance interne R .
- b. Une bobine d'inductance $3L$ et de résistance interne $R/3$.
- c. Une bobine d'inductance $L/3$ et de résistance interne $3R$.
- d. Une bobine d'inductance $3L$ et de résistance interne $3R$.

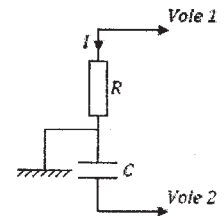


2. La capacité équivalente de 5 condensateurs, de capacité C , mises en série est :

- a. Toujours supérieure à C .
- b. Egale à C .
- c. Toujours inférieure à C .
- d. Egale à $5 C$.

3. On essaie de déduire la valeur du courant I à l'aide d'un oscilloscope à deux voies. Cette valeur :

- Ne peut jamais être déduite à l'aide d'un oscilloscope.
- Est proportionnelle à la mesure sur la voie 1.
- Est proportionnelle à la mesure sur la voie 2.
- Est proportionnelle à la mesure sur la voie 1 et la voie 2.



4. Un condensateur de capacité C , initialement déchargé, se charge à travers une résistance R . La tension permanente à ses bornes est égale à $20V$. L'instant où la tension aux bornes de la résistance a égalé $7.4V$ est :

- RC
- $3RC/2$
- $3RC$
- $0.5RC$

5. Une résistance R et une bobine d'inductance L sont en parallèle. La tension à leurs bornes est sinusoïdale de pulsation ω . Pour quelle valeur de R , le courant efficace traversant la résistance est le double du courant efficace traversant la bobine ?

- $L\omega/2$
- $L\omega/4$
- $2L\omega$
- $4L\omega$

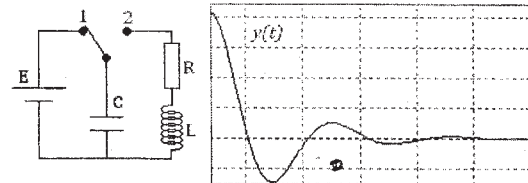
6. Pour mesurer expérimentalement la capacité C d'un condensateur initialement déchargé, on le charge à courant constant d'intensité $I = 2mA$. Au bout de $t = 5s$, on mesure aux bornes du condensateur une tension $U = 10V$. Il est à déduire alors que la capacité est égale à :

- $5mF$
- $1mF$
- $0.5mF$
- $0.1mF$

7. On observe, à l'aide d'un oscilloscope, l'évolution temporelle d'une grandeur $y(t)$ dès lors qu'on bascule le commutateur en position 2.

La grandeur $y(t)$ doit être :

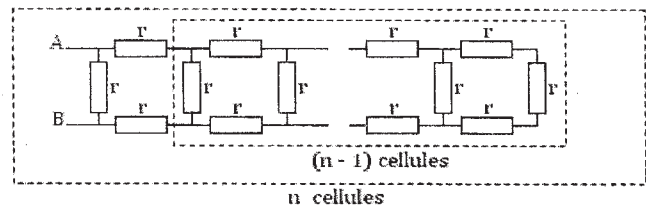
- Le courant traversant le circuit RLC.
- La tension aux bornes de la résistance.
- La tension aux bornes du condensateur.
- L'énergie emmagasinée par la bobine.



8. La résistance équivalente entre les points : **A** et **B** obéit à la relation de récurrence :

- $R_n = r(3r + 3R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$
- $R_n = r(r/3 + R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$
- $R_n = r(r + 3R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$
- $R_n = r(2r + R_{n-1})/(3r + R_{n-1})$

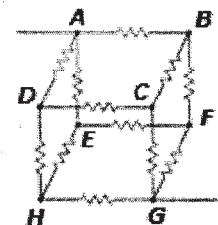
Indication : Essayer pour une cellule puis pour une seconde.



9. Sur les arrêtes d'un cube, on a placé des résistances identiques de 6Ω . La résistance équivalente entre les points **A** et **G** vaut :

- 5Ω
- 15Ω
- 6Ω
- 18Ω

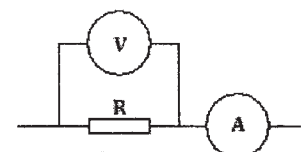
Indication : pour des raisons de symétrie, on a le même potentiel aux points B, E et D, et le même potentiel aux points C, F et H. les points ayant le même potentiel peuvent être joints par des fils sans changer la résistance équivalente



10. On désire mesurer la valeur d'une résistance. Pour ce faire, on mesure la tension et le courant comme mentionné sur le schéma ci-contre.

On applique après la loi d'ohm pour déterminer la valeur de R .

- Cette valeur est précise.
- Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de I et de U .
- Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de U .
- Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de I .



Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 20					Note	
1. Vitesse $v_1 =$			$\gamma =$			
2. Distance $D =$						
3. L'accélération		4. Tensions				
$\gamma =$		$T_1 =$	$T_2 =$			
5. Inégalité :			Equation :			
6. L'équation horaire $x(t) =$						
7. Schémas (bilan des forces)		M_1 M_3				
8. Les accélérations :		$\gamma_3 =$				
$\gamma_1 =$						
9. Distance parcourue $x =$		Valeur de $\mu :$				
10. Composante $R_N =$		Accélération tang. $\gamma_t =$				
11. Vitesse $v_0 =$						
12. Raccourcissement minimal $x_0 =$						
13. Energie mécanique $E_m =$						
14. Equation du mouvement :			Période : $T =$			
15. Equation du mouvement :			A= B=			
Cocher la bonne réponse	2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse					
	16.	a	b	c	d	
	17.	a	b	c	d	
	18.	a	b	c	d	
		a	b	c	d	
	19.	a	b	c	d	
20.	a	b	c	d		

Note :

/40

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Filières SM A et B

Physique II : Fiche des réponses

Problème. Une réponse juste : + 2, Une réponse fausse ou pas de réponse : 0.

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	Note
1.	l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$		
2.	Quelle est la valeur de la constante du temps (τ) du circuit	$\tau =$	
3.	La durée nécessaire pour que $U_1 = 9.5 V$	$T =$	
4.	La valeur permanente du courant traversant la résistance R_1	$I(\infty) =$	
5.	La valeur de la tension $U_1(t)$ à l'instant t_1	$U_1(t_1) =$	
6.	L'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t_1	$E =$	
7.	La valeur permanente de la tension $U_1(t)$	$U_1(\infty) =$	
8.	La valeur permanente de la tension $U_2(t)$	$U_2(\infty) =$	
9.	L'équation différentielle qui caractérise le courant I_3 traversant la résistance R_3 .		
10.	La valeur permanente de la tension U_2	$U_2(\infty) =$	

Partie QCM :

Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1.

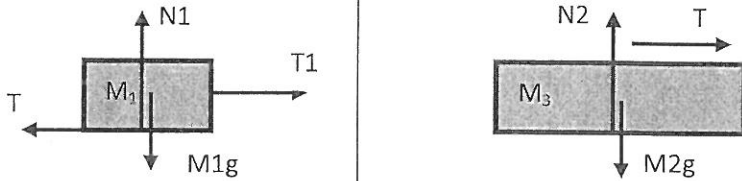
QCM					
Réponse					Note
1.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
2.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
3.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
4.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
5.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
6.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
7.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
8.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
9.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
10.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	

Note :

/40

Cette feuille ne doit porter **aucun signe indicatif ni signature**

Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 20					Note	
1. Vitesse $v_1=\frac{2d}{T}-v_2$			$\gamma=\frac{2}{T^2}(d-Tv_2)$			
2. Distance : $D=\frac{v_1^2}{2\gamma}=1/16m$						
3. L'accélération		4. Tensions				
$\gamma=\frac{M_1\sin\alpha+M_2}{M_1+M_2+J/R^2}g$		$T_1=M_1g\frac{M_2(1-\sin\alpha)-J/R^2\sin\alpha}{M_1+M_2+J/R^2}$		$T_2=M_2g\frac{M_1(1+\sin\alpha)+J/R^2\sin\alpha}{M_1+M_2+J/R^2}$		
5. Inégalité : $1+\cos\alpha\leq\mu\sin\alpha$			Equation : $1+\cos\alpha=\mu\sin\alpha$			
6. L'équation horaire : $x(t)=\frac{1+\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{5}gt^2$						
7. Schémas (bilan des forces)						
8. Les accélérations : $\gamma_1=\frac{1-\mu}{2}g$		$\gamma_3=\frac{\mu}{4}g$				
9. Distance parcourue $x=\frac{\mu d}{4(1-\mu)}$		Valeur de $\mu=2/3$				
10. Composante $R_N=mv^2/R+mg\cos\theta$		Accélération tang. $\gamma_t=g\sin\theta$				
11. Vitesse $v_0=\sqrt{Rg}$						
12. Raccourcissement minimal $x_0=\sqrt{\frac{6mRg}{k}}$						
13. Energie mécanique $E_m=\frac{mR^2\dot{\theta}^2}{2}+mgR(1-\cos\theta)$						
14. Equation du mouvement : $\ddot{\theta}+g/R\sin\theta=0$			Période : $T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{R/g}$			
15. Equation du mouvement : $\ddot{\theta}+2\lambda\dot{\theta}+g/R\sin\theta=0$			$A=\frac{\theta_0(\omega_1+\lambda)}{2\omega_1}$ et $B=\frac{\theta_0(\omega_1-\lambda)}{2\omega_1}$			
Cocher la bonne réponse	2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse					
	16.	a	b	c	d	
	17.	a	b	c	d	
	18.	a	b	c	d	
		a	b	c	d	
	19.	a	b	c	d	
	20.	a	b	c	d	

Physique II : science math

Problème. Une réponse juste: + 2, Une réponse fausse ou pas de réponse: 0.

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	note
1.	l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$	$E = (R_1 + R_2) C_1 \frac{dU_1}{dt} + U_1$	
2.	Quelle est la valeur de la constante du temps (τ) du circuit	$\tau = (R_1 + R_2) C_1$	
3.	La durée nécessaire pour que $U_1 = 9.5 V$	$T = 3 \tau$	
4.	La valeur permanente du courant traversant la résistance R_1	$I(\infty) = 0 A$	
5.	La valeur de la tension $U_1(t)$ à l'instant t_1	$U_1(t_1) = 10 V$	
6.	L'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t_1	$E = \frac{1}{2} C_1 U_1(t_1)^2$	
7.	La valeur permanente de la tension $U_1(t)$	$U_1(\infty) = \frac{C_2 E}{C_1 + C_2}$	
8.	La valeur permanente de la tension $U_2(t)$	$U_2(\infty) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E + \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_{20}$	
9.	L'équation différentielle qui caractérise le courant I_3 traversant la résistance R_3 .	$\frac{d^2 I_3}{dt^2} + \frac{R_3}{L} \frac{dI_3}{dt} + \frac{1}{LC_2} I_3 = 0$	
10.	La valeur permanente de la tension U_2	$U_2(\infty) = 0 V$	

Partie QCM

Une réponse juste: + 2, Pas de réponse: 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse: -1.

QCM				
Réponse				note
1.				
2.		☐ c		
3.		☐ b		
4.	☐ a			
5.	☐ a			
6.		☐ b		
7.		☐ c		
8.			☐ d	
9.	☐ a			
10.			☐ d	

Total : /40



Concours d'entrée en 1^{ère} année des années
préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès



SERIES : SCIENCES MATHÉMATIQUE A/B

Epreuve de physique

Durée: 2h20min

Le 2 Août 2014

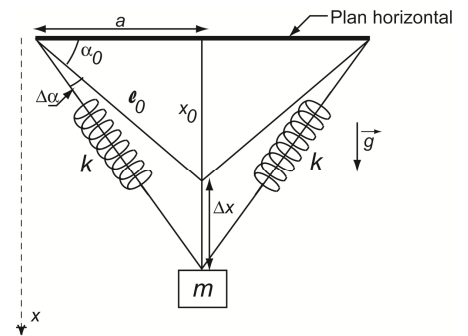
- L'épreuve contient 4 pages. Elle est composée de deux parties indépendantes : une partie rédaction et une partie QCM.
- Répondre dans la feuille « fiche de réponse ».
- L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.

PARTIE REDACTION

Physique I: (Mécanique)

Exercice 1

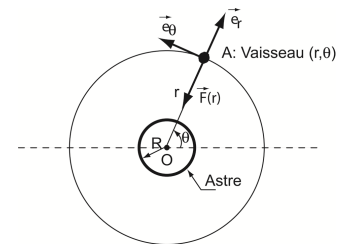
Une masse $m=50\text{kg}$ est suspendue par deux ressorts identiques de constante de raideur $k=0,5\text{N/m}$ et de longueur à vide l' . L'extrémité de chaque ressort est fixée à un plan horizontal immobile. Au repos, les ressorts sont inclinés d'un angle $\alpha_0 = 30^\circ$ avec le plan horizontal et ont une longueur de $l_0 = 2\text{m}$. En dehors de la position d'équilibre, l'angle avec l'horizontale est $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$. x_0 est la distance entre m à la position d'équilibre et le plan horizontal. On se propose d'étudier les oscillations de la masse m lorsqu'elle est écartée de la position d'équilibre par Δx puis relâchée sans vitesse initiale.



1. Donner l'expression de la longueur à vide des ressorts, l' .
2. A quelle équation différentielle en Δx ($x = x_0 + \Delta x$), la masse m , selon la verticale descendante, satisfait-elle ? le résultat est à exprimer en fonction de m, g, k, l_0, a, x_0 .
3. Si on suppose que $\Delta x \ll x_0$ et $\frac{l_0}{\sqrt{x_0^2 + a^2}} \approx 1 - \frac{x_0 \Delta x}{l_0^2}$. Ré-exprimer l'équation du mouvement trouvée dans la question 2 en fonction de m, g, k, l_0 , et α_0 .
4. Donner la valeur numérique de la période T lorsque $\alpha_0 \rightarrow 90^\circ$ à partir de l'horizontal.

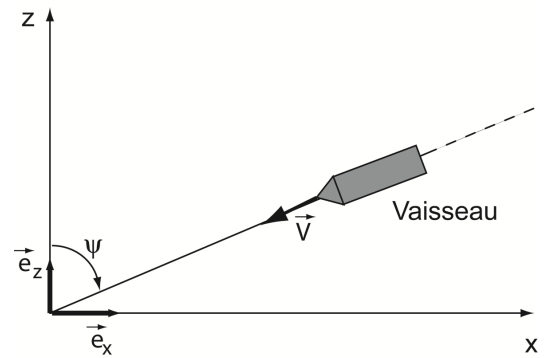
Exercice 2

Un vaisseau spatial, assimilé à un point matériel A, mobile sur une orbite circulaire par rapport à un astre de masse M , de centre O et de rayon R . La distance entre le vaisseau et le centre de l'astre est r telle que $r \gg R$. $\mathcal{R}(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est un référentiel galiléen lié à l'astre. Supposons que, dans un premier temps, le moteur fusé est éteint et le vaisseau est en vol sur son orbite avec la vitesse $\vec{v}(A/\mathcal{R})$ sous l'influence de la seule force gravitationnelle $\vec{F}(r) = -\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r$.



5. Nous appelons le moment cinétique, noté ici par $\vec{M}_O$, la quantité vectorielle $\vec{OA} \wedge m\vec{v}(A/\mathcal{R})$ calculée au point O et associée au mouvement du vaisseau par rapport à l'astre. Donner la valeur vectorielle de $\frac{d\vec{M}_O}{dt} \Big|_{\mathcal{R}}$.
6. Donner l'expression de $\vec{M}_O$ en fonction de m, r et $\dot{\theta}$.
7. L'astre crée un champ gravitationnel $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{e}_r$ ayant une symétrie sphérique. Calculer l'énergie potentielle E_p du vaisseau. (on prendra $E_p(\infty) = 0$).
8. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m du vaisseau.
9. Exprimer la période de révolution T_{rev} du vaisseau en fonction de G, M, r .

A un instant donné du voyage du vaisseau, on décide de le faire rentrer dans l'atmosphère avec une vitesse V ce qui provoque le freinage du vaisseau par les hautes couches de l'atmosphère. Ce mouvement est décrit par l'équation suivante: $m \frac{dV}{dt} = -\alpha V^2 \exp(-z/H)$ avec α est une constante positive et H une hauteur caractéristique.



10. Exprimer $\frac{dz}{dt}$ en fonction de V et de ψ .

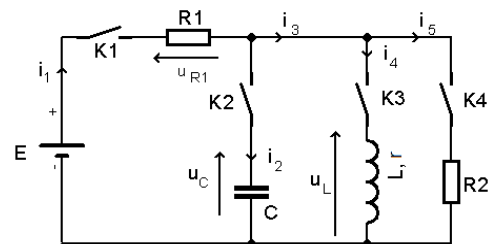
11. Donner l'expression de $\frac{dV}{dz}$ en fonction de α , m , V , H , ψ et z .

12. Si la vitesse initiale à l'altitude z_i est V_i , et en supposant que $\exp(-z/H) \gg \exp(-z_i/H)$ calculer $\ln\left(\frac{V}{V_i}\right)$.

Physique II (Electricité) :

On considère le circuit représenté sur le schéma ci-dessous, il comporte :

- Un générateur de tension continue $E=10V$.
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne $r=10\Omega$.
- Un condensateur $C=200nF$.
- Deux conducteurs ohmiques $R_1=10\Omega$ et $R_2=30\Omega$.
- Quatre interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .



N.B.

- ✓ Toutes les parties sont indépendantes et les valeurs des composants peuvent changer d'une partie à l'autre.
- ✓ Dans toutes les parties on note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

Partie A : K_1 et K_2 sont fermés, K_3 et K_4 sont ouverts.

1. Etablir l'équation différentielle gouvernant l'évolution de la tension $u_C(t)$ en fonction de E , R_1 et C .
2. Donner la valeur de la tension $u_C(t)$ en régime permanent.
3. Déterminer l'expression temporelle $u_C(t)$ en supposant que la tension initiale est $u_C(0)=U_0$.
4. En supposant $U_0=\alpha E$, où α est un coefficient compris entre 0 et 1, déterminer le temps t_0 au bout duquel la tension $u_C(t)$ devient égale à βE , où β est un coefficient compris entre α et 1.
5. Calculer le temps nécessaire pour que la tension $u_C(t)$ passe de 5% à 95%.
6. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur C quand le régime permanent est établi.

Partie B : K_1 et K_3 sont fermés, K_2 et K_4 sont ouverts.

7. à $t=0^+$, donner l'intensité du courant i_1 .
8. Etablir l'équation différentielle qui relie l'intensité du courant i_1 et sa dérivée en fonction de E , R_1 , r et L .
9. La constante du temps vaut 1ms, déduire la valeur de la bobine L .
10. Donner l'expression de la tension $u_{R1}(t)$ en fonction de E , R_1 , r et L .
11. Calculer l'intensité du courant i_1 en régime permanent.
12. Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Partie C : K_1 , K_3 et K_4 sont fermés, K_2 est ouvert.

à $t=0^+$:

13. Donner l'intensité du courant i_1 .
14. Donner la valeur de la tension u_L .
15. Calculer la résistance équivalente vue par la source de tension.

Quand le régime permanent est établi :

16. Calculer la résistance équivalente vue par la source de tension.
17. Donner l'intensité du courant i_5 .

Partie D: K_1 , K_2 , K_3 et K_4 sont fermés.

Dans cette partie, le condensateur est initialement déchargé et la bobine L est remplacée par une bobine $L_1=10mH$ ayant une résistance interne négligeable.

18. Etablir l'équation différentielle qui relie le courant $i_L(t)$ et ses dérivées.

PARTIE QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES

Important: Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Pour chaque question, on vous propose 4 réponses. Cocher la réponse juste par une croix dans la case correspondante.

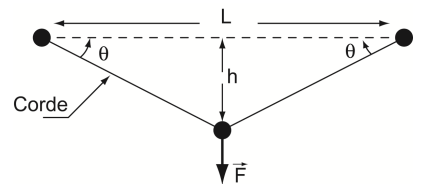
Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

1. A $t = 0$, une particule au repos située à 10m de l'origine accélère avec une valeur de 2m/s^2 dans le sens négatif. A $t = 4\text{s}$, elle acquiert une certaine vitesse avec laquelle elle continue son voyage avec une accélération nulle jusqu'à $t = 7\text{s}$.

Quelle est sa position, par rapport à l'origine, à l'instant $t = 7\text{s}$?

- a. -30m b. -8m c. -40m d. -59m

2. Supposons qu'une corde est attachée par ses deux extrémités à deux barres distants de $L=30\text{m}$. Vous prenez le milieu de la corde et vous exercez une force $F=1000\text{N}$ perpendiculaire à l'horizontale. Le point d'application de la force est situé à $h=1\text{m}$ de la ligne horizontale séparant les 2 barres.

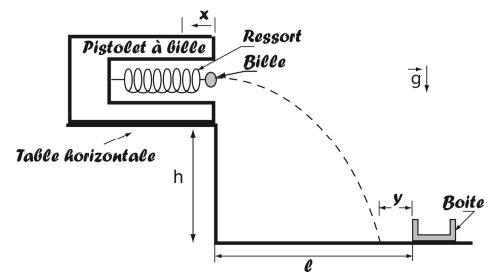


Quelle est la tension T que vous exerceriez sur le fil ?

- a. 500N b. 1000N c. 1500N d. 7500N

3. Deux enfants jouent avec un pistolet à bille, placé sur une table horizontale, où ils essayent de tirer sur une boîte située à une distance ℓ inconnue et une hauteur h du pistolet. Le pistolet projette une bille de masse m à partir du bord de la table. Il est muni d'un ressort de constante de raideur k .

Le premier enfant comprime le ressort à une distance x par rapport au bord de la table et lance la bille. Il constate que la bille est loin de la boîte d'une distance y .



Avec quelle distance x , le 2^{ème} enfant doit-il comprimer le ressort pour mettre la bille dans la boîte ?

- a. $\sqrt{\frac{2hk}{gm}}x$ b. $\sqrt{\frac{h}{2gm}}kx$ c. $\sqrt{\frac{2h}{3gm}}kx$ d. $\sqrt{\frac{gm}{hk}}x$

4. Une pile cylindrique de masse $m=10\text{kg}$ et de diamètre 20cm est enfoncée dans le sol grâce à des coups de marteau. Ce dernier, est un bloc en acier de masse $M=50\text{kg}$ chutant verticalement et librement, à plusieurs reprises, d'une hauteur de 2m. On prendra $g = 9.81\text{m/s}^2$.

4.1 La vitesse v du bloc en acier juste avant le choc est :

- a. 6.32m/s b. 4.42m/s c. 6.26m/s d. 5m/s

4.2 En supposant que la quantité de mouvement se conserve, l'expression de la vitesse V de l'ensemble (Masse M et m) immédiatement après le choc est:

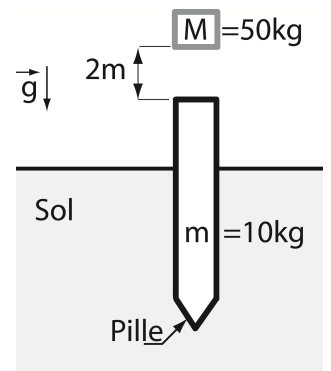
- a. $V = v$ b. Nulle c. $V = \frac{5}{6}v$ d. $V = \frac{6}{5}v$

4.3 A la $n^{\text{ème}}$ chute de la masse M et le choc avec m , la pile est enfoncée dans le sol avec $s=5\text{cm}$ de profondeur et avec une décélération a . Le choc entre les deux masses est considéré inélastique*.

L'accélération a vaut :

- a. 272.48m/s^2 b. 52.2m/s^2 c. 195.36m/s^2 d. 27.24m/s^2

*Un choc inélastique est un choc durant lequel l'énergie cinétique ne se conserve pas.



4.4 Appliquer le principe fondamental de la dynamique sur le système (Masse M et m) immédiatement après le choc pour trouver la force de résistance au déplacement (frottement) F_r due à la pénétration de la pile dans le sol.
La force F_r vaut :

- a. 13.62kN b. 16.35kN c. 11.72kN d. 3.13kN

5. En alternative, un voltmètre mesure :

- a. la valeur maximale de la tension.
b. la valeur minimale de la tension.
c. la valeur efficace de la tension.
d. la valeur instantanée de la tension.

6. L'impédance Z d'un dipôle :

- a. est indépendante de la fréquence N de la tension alternative.
b. augmente avec cette fréquence.
c. diminue avec cette fréquence.
d. varie avec cette fréquence.

7. Une bobine se comporte comme un conducteur ohmique :

- a. lorsque le courant qui la traverse change de valeur.
b. lorsque la tension entre ces bornes change de valeur.
c. en régime permanent.
d. en régime variable.

8. La tension ne peut pas présenter de discontinuité :

- a. aux bornes d'un condensateur.
b. aux bornes d'une bobine.
c. aux bornes d'un conducteur ohmique.
d. aux bornes d'un interrupteur.

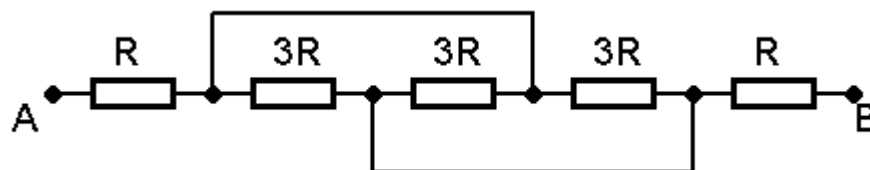
9. Dans un régime apériodique d'un circuit RLC, le courant :

- a. passe par un maximum puis converge vers une valeur finale.
b. converge de façon monotone vers sa valeur finale.
c. oscille en convergeant vers une valeur finale.
d. oscille en divergeant.

10. La constante d'amortissement d'un circuit RLC est :

- a. L/R
b. $2L/R$
c. LR
d. R/L

11. Quelle est la résistance équivalente du dipôle AB du montage suivant :



- a. $3R$
b. $5R$
c. $7R$
d. $11R$

Fiche de réponse

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Physique I (Mécanique) : Barème : Une réponse juste : 3pts, Une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse	Note
1.	$l' = l_0 - \frac{mg}{2k \sin \alpha_0}$	
2.	$\Delta \ddot{x} = g - 2 \frac{k}{m} \left[1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + a^2}} \left(1 - \frac{mg}{2kx_0} \right) \right] (x_0 + \Delta x)$	
3.	$\Delta \ddot{x} + \left(\frac{2k}{m} \sin^2 \alpha_0 + \frac{g \cos^2 \alpha_0}{l_0 \sin \alpha_0} \right) \Delta x = 0$	
4.	$T = 1.79s$	
5.	$\left. \frac{d\vec{M}_O}{dt} \right _{\mathbb{R}} = \vec{0}$	
6.	$\vec{M}_O = mr^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$	
7.	$E_p = -\frac{GMm}{r}$	
8.	$E_m = -\frac{GMm}{2r}$	
9.	$T_{rev} = 2\pi \frac{r^{3/2}}{\sqrt{GM}}$	
10.	$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = -V \cos \psi$	
11.	$\frac{dV}{dz} = \frac{\alpha}{m \cos \psi} V \exp(-z/H)$	
12.	$\ln \left(\frac{V}{V_i} \right) = -\frac{\alpha H}{m \cos \psi} [\exp(-z/H) - \exp(-z_i/H)]$	
TOTAL/36pts		

Physique II (Electricité) : Barème : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse	Note
1.	$u_C + R_1 C \frac{du_C}{dt} = E$	2
2.	$u_C(\infty) = E = 10V$	2
3.	$u_C(t) = (U_0 - E)e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ avec $\tau = R_1 C$	2
4	$t_0 = \tau \ln \frac{1 - \alpha}{1 - \beta}$	2
5.	$t_m = \tau \ln 19 = 2,94 \mu s$	2
6.	$w = \frac{1}{2} C E^2 = 10 \mu J$	2
7.	$i_1(0^+) = 0$	2
8.	$\frac{di_1}{dt} + \frac{R_1 + r}{L} i_1 = \frac{E}{L}$	2
9.	$L = \tau_1 * (R_1 + r) = 20 mH$	2
10.	$u_{R1}(t) = E \frac{R_1}{R_1 + r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$ avec $\tau_1 = \frac{L}{R_1 + r}$	2
11.	$i_1(\infty) = E / (R_1 + r) = 0,5 A$	2
12.	$w = \frac{1}{2} L I_1^2(\infty) = 2,5 mJ$	2
13.	$i_1(0^+) = E / (R_1 + R_2) = 0,25 A$	2
14.	$u_L(0^+) = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30}{4} = 7,5 V$	2
15.	$R_{eq}(0^+) = R_1 + R_2 = 40 \Omega$	2
16.	$R_{eq}(\infty) = R_1 + r // R_2 = 17,5 \Omega$	2
17.	$i_5(\infty) = \frac{E}{R_{eq}} \frac{r}{r + R_2} = 0,143 A$	2
18.	$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + L \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{E}{R_1}$	2
TOTAL/36pts		36

	N° question	Réponse				Note
Mécanique	1.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	2.	a. ☐	b. ☐	c. ☐	d. ☒	
	3.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	4.1.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	4.2.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	4.3.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	4.4.	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	
Electricité	5.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	6.	a. ☐	b. ☐	c. ☐	d. ☒	
	7.	a. ☐	b. ☐	c. ☒	d. ☐	
	8.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	9.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
	10.	a. ☐	b. ☒	c. ☐	d. ☐	
	11.	a. ☒	b. ☐	c. ☐	d. ☐	
Total /28pts						

Concours commun d'accès en Première année de l'ENSAM

Université Moulay Ismail Meknès
Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Meknès

Université Hassan II Mohammedia-Casablanca
Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Casablanca

Filières : **Sciences Mathématiques A et B**

Epreuve de Physique
Durée : 2h 15 min

le 29 Juillet 2013

- L'épreuve contient 5 pages
- Répondre dans les deux feuilles : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Calculatrice non autorisée

Physique I (Mécanique) : Les parties I, II et III sont indépendantes.

L'objet de l'étude est un système, composé de 3 solides rigides (figure 1) qui sont un piston (un petit cylindre de masse m_p), une tige rigide inextensible (PQ) de longueur l , de masse négligeable et un bras (OP) homogène de longueur R et de masse m_b , de moment d'inertie I_b (par rapport à l'axe fixe (O, Δ)). La tige (PQ) permet de lier le piston avec le bras et reste tout le temps en liaison avec le bras (au point P) et avec le piston (au point Q). Le mouvement du piston est une translation suivant l'axe vertical Ox , celui du bras (OP) est une rotation d'axe fixe (O, Δ) avec une vitesse de rotation constante ω_0 (rd/s). On note (figure 1):

- angle de rotation instantanée du bras: $\theta(t)$; angle d'inclinaison de la tige par rapport à Ox : $\beta(t)$,
- position instantanée du piston: $x(t)$ telle que $\overrightarrow{OQ} = x(t)\vec{i}$, avec $\vec{i}$ est le vecteur unitaire suivant Ox ;
- Rapport des dimensions: $\varepsilon = R/l$, L'accélération de la pesanteur: $\vec{g} = -g\vec{i}$, avec $g(\text{m/s}^2)$.
- Les forces de frottement appliquées sur le piston (à travers sa surface latérale) par son support sont interprétées par le vecteur $\vec{f} = -\lambda \dot{x}\vec{i}$, où λ est une constante positive donnée.

Important : La présente étude concerne seulement la plage de fonctionnement: $0 \leq \theta(t) \leq \pi$, correspondant à la descente du piston.

Partie I : l'objet de cette partie consiste à déterminer le couple produit sur le bras lors de la descente du piston.

1. En se basant sur un raisonnement purement géométrique (relations dans le triangle OPQ), exprimer $\sin \beta$ en fonction de θ et ε ; puis exprimer la position du piston $x(t)$ en fonction de R , l et $\theta(t)$.
2. Quelle approximation peut-on considérer pour que $x(t)$ peut s'écrire sous la forme: $x(t) \approx A \cos \theta(t) + B$, où A et B sont des constantes à identifier. Cette approximation sera considérée dans la suite du problème et on écrit: $x(t) = A \cos \theta(t) + B$.
3. Exprimer $\theta(t)$ (sachant que $\theta(t=0) = 0$), la vitesse $v(t)$ puis l'accélération $\gamma(t)$ du piston en fonction de R , ω_0 et le temps t .

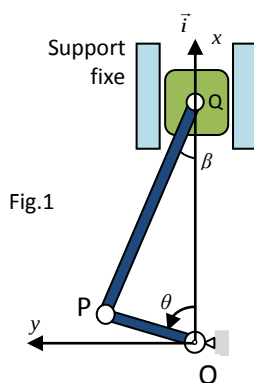


Fig.1

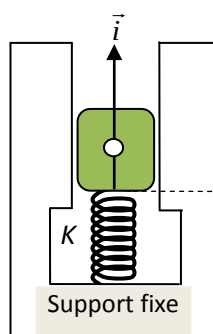


Fig.2

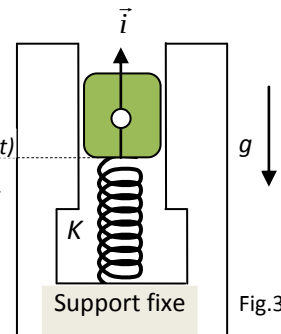


Fig.3

Dans la suite, on considère que le piston est soumis sur sa face supérieure à une force supplémentaire $\vec{F} = -F(t)\vec{i}$, où $F(t) = F_0 \sin \theta(t)$ et F_0 est une constante positive donnée.

- On désigne par $\vec{F}_{p/t}$ et $\vec{F}_{b/t}$ les forces appliquées sur la tige, respectivement par le piston (p) au point Q et par le bras (b) au point P. Etant donné que la masse de la tige (PQ) est négligeable, en appliquant le PFD (principe fondamental de la dynamique), trouver la relation entre ces deux forces en précisant leurs directions. Justifier la relation : $\vec{F}_{t/p} + \vec{F}_{p/t} = \vec{0}$, où $\vec{F}_{t/p}$ est la force appliquée par la tige (t) sur le piston (p) au point Q.
- Au moyen d'un schéma (voir fiche des réponses), tracer le bilan des forces appliquées sur le piston. Respecter le sens du mouvement indiqué.
- En appliquant le PFD et en tenant compte de l'approximation $\cos\beta \approx 1$, déterminer le module de la force $\vec{F}_{t/p}$, en fonction de $m_p, g, \dot{x}, \ddot{x}, \theta, \lambda$ et F_0 . En déduire le module de $\vec{F}_{t/b}$ (force de la tige (t) sur le bras (b) au point P).
- En appliquant le PFD (équation des moments) au bras, déterminer le couple $C(t)$ produit sur ce bras, lors de la descente du piston, en fonction de $m_p, g, \dot{x}, \ddot{x}, \theta, \ddot{\theta}, \lambda, F_0, R, l_b$, sachant que la distance du point O à la droite (PQ) est approximée par $h(t) = R \sin \theta$. Exprimer $C(t)$ en fonction de $m_p, g, \lambda, F_0, R, \omega_0$ et le temps t .

Partie II : Dans l'objectif d'estimer les forces de frottement s'opposant au mouvement du piston (masse m_p), nous réalisons une expérience, *indépendante du système étudié*, dans laquelle on rattache le piston à un ressort (masse négligeable) de longueur à vide L_0 , de raideur K (fig. 2).

- Après la mise en place du piston (m_p) sur le ressort, sa longueur est devenue L (le système piston-ressort est au repos). Exprimer $L_0 - L$ en fonction de m, g et K . Dans la suite, cette position d'équilibre statique sera considérée comme origine du mouvement vertical $x(t)$ (fig. 2 et 3).

Les forces de frottement appliquées sur le piston sont toujours de la forme $\vec{f} = -\lambda \dot{x} \vec{i}$ (avec $\lambda \geq 0$).

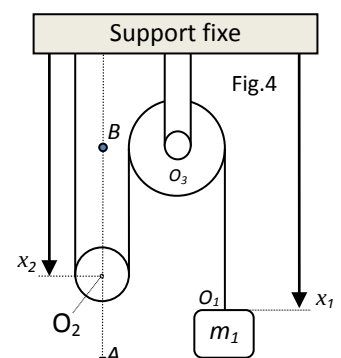
- On écarte le piston de sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui-même, en appliquant le principe de la dynamique et en mettant l'équation du mouvement du piston sous la forme : $\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$, préciser les constantes μ et ω_0 en fonction de m_p, λ et K .
- On admet que la solution générale de cette équation est donnée par l'expression : $x(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t)$, où A et ω sont deux constantes positives. Exprimer τ et ω en fonction de μ et ω_0 . Préciser sous quelle condition sur K , en fonction de λ et m_p , l'expression $x(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t)$ sera valable.
- La quantité $(Ae^{-t/\tau})$ est dite amplitude instantanée du mouvement, calculer μ et λ sachant qu'au bout de $t=1s$ cette amplitude est devenue $A/2$, avec $m_p=0.5 \text{ kg}$ (on donne $\ln 2=0.69$).

Partie III : Un système S de levage (fig.4) est constitué d'une masse m_1 , d'une poulie d'axe mobile, d'une poulie d'axe fixe et d'un câble inextensible, tel que :

- Poulie mobile : centre O_2 , rayon R_2 , masse m_2 , moment d'inertie négligé,
- Poulie d'axe fixe : centre O_3 (qui fait la distance d par rapport au support fixe), rayon R_3 , moment d'inertie I_3 , vitesse de rotation (par rapport à son axe fixe) $\omega_3(t)$,
- Câble : inextensible, longueur totale L , de masse négligeable.

La trajectoire du point O_2 est le segment de droite AB. On désigne par $x_1(t)$ et $x_2(t)$ les positions instantanées respectives de la masse m_1 et de la poulie mobile. Le sens positif est orienté vers le bas, l'accélération de la pesanteur g est également vers le bas.

- On note x_{01} et x_{02} les positions initiales (à $t=0$) respectives de m_1 et de m_2 , exprimer l'énergie potentielle Ep_1 de m_1 et Ep_2 de m_2 en fonction de $m_1, m_2, g, x_1, x_2, x_{01}$ et x_{02} en considérant Ep_1 nulle en x_{01} et Ep_2 nulle en x_{02} .
- Exprimer l'énergie cinétique E_c de S en fonction de $m_1, m_2, I_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2$ et ω_3 ; En déduire son énergie mécanique E_m en fonction de $m_1, m_2, I_3, R_3, g, x_1, x_2, x_{01}, x_{02}, \dot{x}_1$ et $\dot{x}_2$.
- Du fait que le câble est inextensible, sa longueur totale L vérifie à chaque instant l'équation $L = x_1 + 2x_2 + C$. Trouver la constante C en fonction de R_2, R_3 et la distance d .
- Trouver l'accélération de la poulie mobile en fonction de m_1, m_2, I_3, R_3 et g .

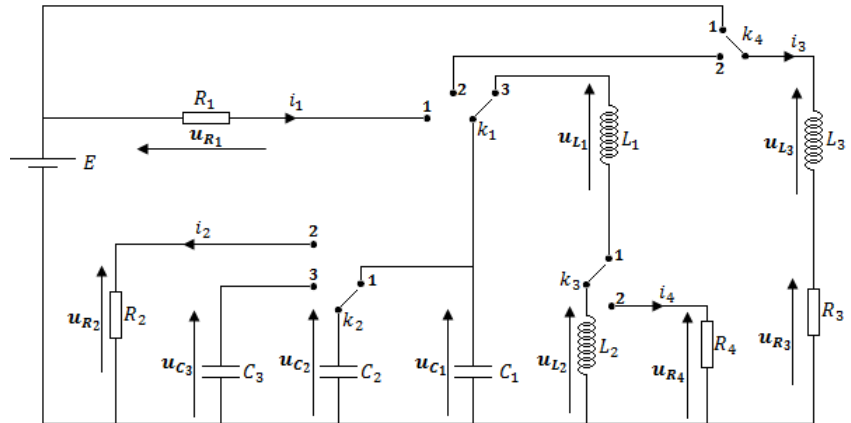


Physique II (Electricité) : Les parties A, B, C, D et E sont indépendantes.

Le montage ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue ayant pour force électromotrice : $E = 10V$.

Il comporte :

- Trois condensateurs de capacités : C_1 , C_2 et C_3 .
- Trois bobines d'inductances : L_1 , L_2 et L_3 , ayant toutes des résistances internes négligeables.
- Quatre conducteurs ohmiques : R_1 , R_2 , R_3 et R_4 .
- Quatre interrupteurs : k_1 , k_2 , k_3 et k_4 .



Le tableau suivant regroupe l'ensemble des composants avec leurs valeurs.

Composant	Nature	Valeur
R	Résistance	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$
L	Bobine	$L_1 = L_2 = 50 mH$ et $L_3 = 100 mH$
C	Condensateur	$C_1 = C_2 = 10 \mu F$ et $C_3 = 100 \mu F$

Partie A. k_1 est en position (1) et k_2 est en position (1).

Dans cette partie, on note : C , la capacité du condensateur équivalent aux deux condensateurs C_1 et C_2 en parallèle. On note aussi : t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives, et on suppose qu'à cet instant les condensateurs sont totalement déchargés.

1. Quelle est la valeur du courant i_1 en régime permanent ?
2. En régime permanent, quelle sera la charge q_1 en mC , au niveau du condensateur C_1 ?
3. Quelle sera la valeur, en mJ , de l'énergie stockée au niveau du condensateur C_1 ?
4. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} en fonction de R_1 , C et E ?
5. On donne l'expression temporelle du courant $i_1(t) = Ae^{-B.t}$. Donner les expressions des constantes A et B en fonction de R_1 , C et E .

Partie B. k_2 est en position (2).

Dans cette partie, on note : t_0 , l'instant où l'interrupteur k_2 bascule vers la position (2), et on suppose que $u_{C_2}(t_0) = 10V$.

6. Donner l'expression temporelle de la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de R_2 et C_2 .
7. Quelle est la valeur, en mA , du courant i_2 qui traverse la résistance R_2 à l'instant t_0 .
8. Quelle sera l'énergie stockée dans le condensateur C_2 en régime permanent ?

Partie C. k_2 est en position (3).

Dans cette partie, on note Q_2 et Q_3 , respectivement les charges aux niveaux des condensateurs C_2 et C_3 , et l'instant t_0 , l'instant où l'interrupteur k_2 bascule vers la position (3).

9. Quelle sera l'expression de la charge Q_3 en fonction de $Q_2(t_0)$, $Q_3(t_0)$, C_2 et C_3 ?
10. Supposant que : $Q_2(t_0) = 0.1 mC$ et $Q_3(t_0) = 0C$, quelle sera la valeur de la tension $u_{C_2}(t)$?
11. Supposant que : $Q_2(t_0) = 0.1 mC$ et $Q_3(t_0) = \frac{Q_2(t_0)}{2}$ Quelle est la valeur de l'énergie, en mJ , qui sera stockée au niveau de C_3 ?

Partie D. k_1 est en position (3), k_2 est en position (1) et k_3 est en position (1).

Dans cette partie, on note L l'inductance équivalente des bobines L_1 et L_2 en série, et t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

On suppose aussi que $u_{C_1}(t_0) = 5V$.

12. Quelle est la valeur, en mH , de l'inductance L ?
13. Quelle est la valeur, en mJ , de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine L_1 ?
14. Quelle est la valeur maximale du courant traversant la bobine L_1 ?

Partie E. k_1 est en position (2), k_2 est en position (1) et k_4 est en position (2).

15. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} .

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15 (2 points pour chaque question)				Note
1	$\sin \beta = \frac{R}{L} \sin \theta = \varepsilon \sin \theta$	$x(t) = R \cos \theta + \rho \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \theta}$		
2	Approximation : $x(t) = R \cos \theta + \rho$	A = R	B = ρ	
3	$\theta(t) = \omega_0 t$	$v(t) = -R \dot{\theta} \sin(\theta(t))$	$\gamma(t) = -R \dot{\theta}^2 \cos \theta(t)$	
4	Relation : Directions des forces $\vec{F}_{p/l}$ et $\vec{F}_{b/l}$:	Justification:		
5	Bilan des forces appliquées sur le piston :			Sens du mouvement ↓
6	$F_{t/p} =$ $F_{t/b} =$			
7	$C(t) =$ $C(t) =$			
8	$L_0 - L =$			
9	$\mu =$	$\omega_0 =$		
10	$\tau =$	$\omega =$	Condition sur K :	
11	$\mu =$	$\lambda =$		
12	$E_{p1} =$	$E_{p2} =$		
13	$E_c =$ $E_m =$			
14	Constante C =			
15	L'accélération $\gamma =$			

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

Fiche des réponses (Physique II)	Chaque question est notée sur 2 points	
	Réponse	Note

Partie A.

1.	La valeur du courant i_1 en régime permanent :	$i_1 = 0$	
2.	La charge, q_1 , en mC , au niveau du condensateur C_1 , en régime permanent :	$q_1 = C_1 E = 10^{-7} mC$	
3.	La valeur, en mJ , de l'énergie stockée au niveau du condensateur C_1 :	$E = \frac{1}{2} C_1 E^2 = \frac{1}{2} 10^{-4} \cdot 100 = 5 mJ$	
4.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} en fonction de R_1 , C et E :	$E = R_1 C \frac{du_{C_1}}{dt} + u_{C_1}$	
5.	Les expressions des constantes A et B en fonction de R_1 , C et E :	$A = \frac{-E}{R_1} \quad \text{et } B = \frac{1}{R_1 C}$	

Partie B.

6.	L'expression temporelle de la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de R_2 et C_2 :	$u_{C_2}(t) = A e^{-\frac{t}{R_2 C_2}} = 10 e^{-\frac{t}{R_2 C_2}}$	
7.	La valeur, en mA , du courant i_2 qui traverse la résistance R_2 à l'instant t_0 :	$i_2 = -C_2 \frac{du_{C_2}}{dt} \Rightarrow i_2(t=0) = 100 mA$	
8.	L'énergie stockée dans le condensateur C_2 en régime permanent :	$E = \frac{1}{2} C_2 U^2 = \frac{1}{2} C_2 0^2 = 0$	

Partie C.

9.	L'expression de la charge Q_3 en fonction de $Q_2(t_0)$, $Q_3(t_0)$, C_2 et C_3 :	$Q_3 = -10 e^{-\frac{t}{R_2 C_2}}$	
10.	La valeur de la tension $u_{C_2}(t)$:	$u_{C_2}(t) =$	
11.	L'énergie stockée, en régime permanent établi, en mJ , au niveau de C_3 :	$E =$	

Partie D.

12.	La valeur, en mH , de l'inductance L :	$L =$	
13.	La valeur, en mJ , de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine L_1 :	$E_{max} =$	
14.	La valeur maximale du courant traversant la bobine L_1 :	$i_{max} =$	

Partie E.

15.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} :		
-----	---	--	--

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
 Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30

Meknès, le 26 Juillet 2012

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Physique I (Mécanique) : Les parties I, II et III sont enchainées, la partie IV est indépendante.

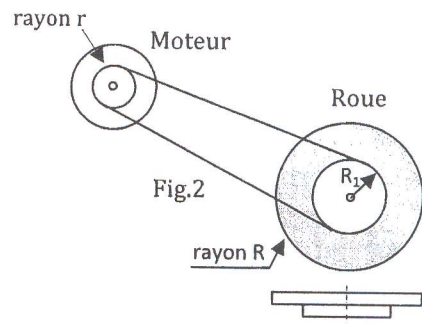
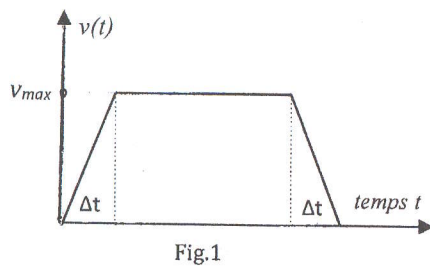
Problème A : On considère une motocyclette de masse m (y compris la masse du motocycliste), qui roule sur un plan horizontal ou incliné avec une vitesse v (parallèle au chemin de déplacement). La motocyclette se met en mouvement grâce à son moteur qui développe une force de traction F . On note par $g(m/s^2)$ l'accélération de la pesanteur. Lors de son mouvement, la motocyclette est tout le temps soumise à deux forces qui s'opposent au mouvement :

- Force F_r (appelée résistance au roulement), donnée par la formule : $F_r = f_r mg$, où f_r est un coefficient supposé constant;
- Force F_a , résistance de l'air (appelée force aérodynamique), donnée par l'expression : $F_a = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2$, où ρ , A et C_d sont des constantes. ρ : masse volumique de l'air, A : surface frontale de (motocyclette) et C_d : coefficient constant. La vitesse v est exprimée en m/s et F_a (N).

Les directions de F_r et F_a sont parallèles à la direction du mouvement. Pour les applications numériques, on prendra : $g=10 \text{ m/s}^2$, $m=200 \text{ kg}$, $\rho=1.25 \text{ Kg/m}^3$, $A=0.6 \text{ m}^2$, $C_d=0.75$ et $f_r=0.007$.

Partie I

1. Pour une accélération constante γ , sur plan horizontal, exprimer la force de traction F et la puissance P de la motocyclette que son moteur doit fournir en fonction de la vitesse v , γ et des données. Après application numérique ($\gamma=1\text{m/s}^2$), donner cette puissance en fonction de v .
2. Calculer cette puissance (notée P_m) pour une vitesse maximale $v=100 \text{ km/h}$.
3. La motocyclette grimpe une pente d'angle α inconnu avec une vitesse constante, exprimer l'angle maximal de la pente qu'on peut franchir pour une vitesse v donnée, en supposant que la puissance fournie par le moteur est maintenue constante à sa valeur maximale P_m . Calculer $\alpha(^{\circ})$ pour $v=100 \text{ km/h}$.
4. Dans cette question, la motocyclette grimpe une pente, qui fait un angle α par rapport à l'horizontale, avec une loi de vitesse, représentée sur la figure 1. Exprimer la force de traction F , au début de la décélération, en fonction du temps de décélération Δt , $v_{\max}$ et des données. Calculer F pour $\alpha=5^{\circ}$, $\Delta t=13.63 \text{ s}$ et $v_{\max}=80 \text{ km/h}$.

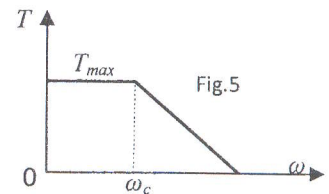
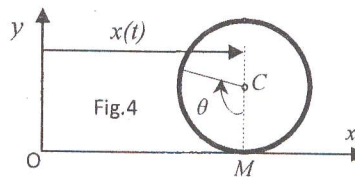
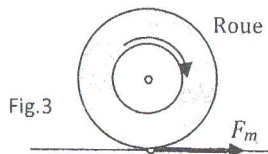


Partie II : Dans l'objectif de déterminer les relations entre les grandeurs relatives au moteur de la motocyclette à celles relatives à la roue, nous considérons le montage d'essai de la figure 2 : le moteur entraîne l'une des deux roues (cette roue est appelée par la suite roue motrice) à travers une courroie inextensible (assimilée à un brin) et sans glissement (dans ce montage, les axes de rotation sont supposés fixes). La roue motrice est assimilée à un plateau composé de deux cylindres homogènes coaxiaux en

aluminium de rayons respectifs R et R_1 , ayant même hauteur h , la masse volumique de l'aluminium est $\rho_a = 2690 \text{ kg/m}^3$. On donne :

- Le moment d'inertie du moteur : *négligée*
- Rayon de l'arbre moteur où passe la courroie : $r = 5,75 \text{ cm}$
- Grand rayon de la roue motrice, $R = 21 \text{ cm}$, hauteur h ($h = 0,2 \text{ cm}$)
- Rayon au niveau de la roue (motrice), où passe la courroie, $R_1 = 11,5 \text{ cm}$

- Exprimer le moment d'inertie de la roue motrice, I_r , en fonction de ρ_a , h , R et R_1 . Calculer I_r en (kg.m^2) .
Rappel : le moment d'inertie d'un cylindre de rayon R par rapport à son axe est $I = mR^2/2$.
- Exprimer la vitesse angulaire ω_R de la roue motrice en fonction de la vitesse angulaire ω_m du moteur et les rayons r et R_1 . Justifier votre réponse. En déduire une relation similaire entre les accélérations angulaires $\dot{\omega}_m$ et $\dot{\omega}_R$. On pose par la suite : $G = \omega_R / \omega_m$.
- Le couple T_e développé par le moteur est transmis à la roue motrice à travers la courroie, on désigne sa valeur par T_R appliqué sur la roue. On admet la relation entre ces deux couples : $T_e = G.T_R$. Soit F_m la composante tangentielle qui matérialise l'action appliquée par le sol sur la roue motrice (fig.3). Par application du principe de la dynamique, exprimer F_m en fonction de R , G , I_r , $\dot{\omega}_R$ et T_e . Dans la suite, on admet que l'effort F_m exprimé dans cette question soit l'effort de traction que le moteur développe pour avancer.

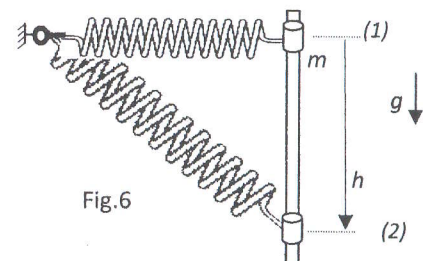


Partie III : On considère ici que la roue roule sans glisser sur un plan horizontal (*absence de glissement*).

- Pour un angle θ réalisé par la roue lors de son roulement, exprimer la distance x parcourue par son centre C (fig.4).
- Exprimer la relation entre la vitesse linéaire v du point C (égale à celle de la roue elle-même et égale aussi à la vitesse de la motocyclette) et la vitesse angulaire de la roue ω_R . En déduire une relation similaire entre les accélérations linéaire γ de C et angulaire $\dot{\omega}_R$.
- En appliquant la loi de la dynamique au centre de gravité de la motocyclette et en négligeant F_r et I_r (aussi bien pour les questions 11 et 12), exprimer T_e sous la forme : $T_e = A\dot{v} + Bv^2$, où A et B sont des constantes à identifier en fonction des données.
- En admettant que le couple T_e soit donné en fonction de la vitesse angulaire ω du moteur : $T_e (\text{Nm}) = 153 - 1,16 \omega_m (\text{rd/s})$, $T_{\max} = 34 \text{ Nm}$, calculer la valeur de ω_c (figure 5).
- Après A.N., Donner l'équation différentielle du mouvement de la motocyclette dans le cas $\omega_c \leq \omega \leq \omega_{\max}$.
A votre avis, quel sera l'intérêt de cette équation différentielle.

Partie IV : On considère un système composé d'un petit cylindre assimilé à un point matériel de masse $m = 10 \text{ kg}$ et d'un ressort de raideur $k = 500 \text{ N/m}$ et de longueur initiale $l_0 = 100 \text{ mm}$, sa longueur dans la position horizontale (1) est $l = 200 \text{ mm}$. La masse m glisse sans frottement le long d'une tige verticale, tel qu'il est illustré sur la figure 6. La masse est lâchée du repos à partir de la position (1), elle atteint la position (2), située à la distance h avec une vitesse v_2 (2). On choisit la position (1) comme référence pour l'énergie potentielle due à la pesanteur. On note E_p : énergie potentielle, E_c : énergie cinétique et E_m : énergie mécanique, relatives au système.

- Calculer E_{p1} et E_{m1} du système (masse-ressort) dans la position (1).
- Exprimer E_{p2} , E_{c2} en fonction de m , g , l , l_0 , h , k et v_2 , du système dans la position (2).
- Exprimer la vitesse v_2 de la masse lors de son passage vers le bas devant la position h , en fonction de m , g , h , l , l_0 et k .
Calculer v_2 pour $h = 150 \text{ mm}$.



Physique II (Electricité) :

Problème.

Sur la figure (Fig.1) est schématisé un circuit électrique comportant un générateur de tension continue de force électromotrice $E = 10 \text{ V}$, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, trois conducteurs ohmiques de résistances R_1 , R_2 et R_3 , et quatre interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .

On utilise une centrale d'acquisition qui permet de visualiser les tensions u_C et u_L et le courant i_L .

Toutes les expériences sont indépendantes, et les valeurs de R_1 , R_2 , R_3 , L et C peuvent changer d'une expérience à l'autre.

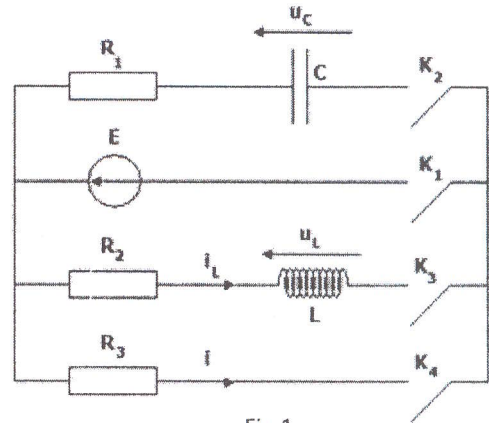


Fig.1

Expérience A.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés, K_3 et K_4 sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C en fonction de R_1 , C et E .
2. La résistance $R_1 = 20 \Omega$, et la constante du temps du circuit vaut $0,4 \text{ ms}$. Déduire la valeur de la capacité C .
3. Une fois le condensateur totalement chargé, quelle sera la valeur de la tension u_C à ses bornes ?
4. Si l'on remplace R_1 par deux conducteurs ohmiques montés en parallèle de résistances $R = 10 \Omega$ chacun. Quelle sera la valeur de la constante du temps du nouveau circuit ?

Expérience B.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_3 sont fermés, K_2 et K_4 sont ouverts.

Le courant i_L est reporté sur la figure (Fig.2).

5. Quelle est la valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL ?
6. En déterminant la valeur finale du courant i_L , donner la valeur de la résistance R_2 .
7. Déduire la valeur de l'inductance L .
8. On remplace la bobine par deux bobines montées en série d'inductances $L_1 = 0,6 \text{ H}$ et L_2 . Déterminer la valeur de L_2 pour que le circuit ait une constante de temps double.

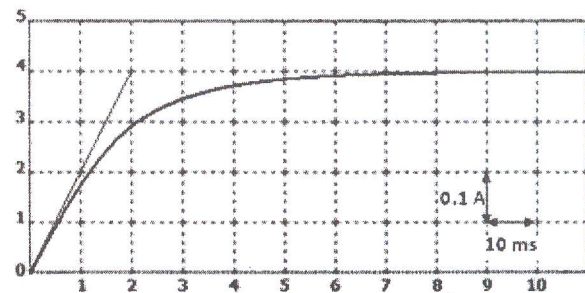


Fig.2

Expérience C.

Les résistances R_1 et R_2 sont court-circuitées (on peut considérer $R_1 = R_2 = 0 \Omega$), les interrupteurs K_2 et K_3 sont fermés, K_1 et K_4 sont ouverts.

On mesure la fréquence propre d'oscillation à l'aide d'un oscilloscope et on trouve $f_0 = 356 \text{ Hz}$. Quand on branche un autre condensateur de capacité $C' = 10 \mu\text{F}$, on trouve $f_0 = 270,7 \text{ Hz}$.

9. Calculer la valeur de la capacité C et la valeur de l'inductance L .

Expérience D.

Les résistances R_1 et R_2 sont court-circuitées (on peut considérer $R_1 = R_2 = 0 \Omega$), et on remplace la bobine par une autre d'inductance L' et de résistance r .

Initialement, le condensateur est complètement chargé, et est supposé de capacité $C = 50 \mu\text{F}$.

A l'instant $t=0$, les interrupteurs K_2 et K_3 sont fermés, K_1 et K_4 sont ouverts.

L'évolution de la tension u_C et reportée sur la figure (Fig.3).

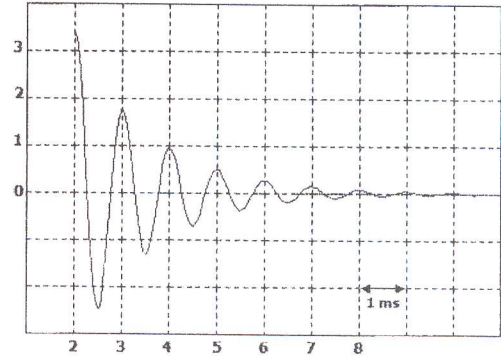


Fig.3

10. En supposant que la pseudo-période est à peu près égale à la période propre d'oscillation du circuit LC, calculer la valeur de l'inductance L' .

Exercice.

Répondre par Vrai ou Faux

1.	La constante de temps d'un dipôle RL est inversement proportionnelle à la valeur de la résistance.
2.	La constante du temps d'un circuit RL est égale à la durée nécessaire pour que le courant y circulant se stabilise.
3.	La période propre d'oscillation d'un circuit LC augmente lorsque la valeur de la capacité C augmente.
4.	On peut considérer que la résistance interne d'une bobine L n'a aucun effet sur la période d'oscillation d'un circuit LC.
5.	La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours inférieure à la valeur de la capacité la plus faible.
6.	Dans un circuit LC parfait la tension aux bornes du condensateur tend vers zéro en régime permanent.
7.	L'intensité du courant dans un circuit RC en début de charge est non nulle même si le condensateur est initialement déchargé.
8.	La résistance équivalente de deux conducteurs ohmiques en série est toujours supérieure à la valeur de la résistance la plus grande.
9.	On ne peut pas utiliser un oscilloscope pour mesurer l'intensité du courant dans un circuit RC.
10.	L'impédance d'un condensateur en régime continu est très faible.
11.	La valeur efficace d'une tension sinusoïdale peut être négative.
12.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance d'une bobine augmente.
13.	Si le courant traversant une bobine est constant, alors forcément la tension à ses bornes est nulle.
14.	La tension aux bornes d'un condensateur est en avance de phase par rapport au courant le traversant.
15.	La capacité équivalente de deux condensateurs en parallèle est toujours de valeur supérieure à la valeur de la capacité la plus grande.
16.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance du condensateur augmente.
17.	En régime continue, un condensateur est équivalent à un court-circuit.
18.	Quand un condensateur est totalement chargé, le courant qui le traverse est nul.
19.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RC, est toujours apériodique.
20.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RLC en régime libre, est toujours pseudopériodique.

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15			Note
1.	Force de traction : $F =$		
	Puissance : $P =$	$P(v) =$	
2. $P_m =$			
3. $\alpha =$		A.N. $\alpha =$	
4. $F =$		A.N. $F =$	
5. Moment d'inertie $I_r =$		A.N. $I_r =$	
6. $\omega_R =$	Justification :	$\dot{\omega}_R =$	
7. $F_m =$			
8. Relation $(x, \theta) :$			
9. Relation $(v, \omega_R) :$		Relation $(y, \dot{\omega}_R) :$	
10. Couple : $T_e =$ A= B=			
11. Vitesse angulaire : $\omega_c =$			
12. Equation différentielle :			
13. Energies (1) : $E_{p1} =$		$E_{m1} =$	
14. Energies (2) : $E_{p2} =$ $E_{c2} =$			
15. Vitesse : $v_2 =$		A.N. $v_2 =$	

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	Note
1.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c en fonction de R_1 , C et E .		
2.	La valeur de la capacité C .	$C =$	
3.	La tension u_c aux bornes du condensateur.	$u_c =$	
4.	La valeur de la constante du temps du nouveau circuit.	$\tau =$	
5.	La valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL.	$\tau =$	
6.	La valeur de la résistance R_2 .	$R_2 =$	
7.	La valeur de l'inductance L .	$L =$	
8.	La valeur de L_2 .	$L_2 =$	
9.	La capacité C et la valeur de l'inductance L .	$C =$ et $L =$	
10.	La valeur de l'inductance L' .	$L' =$	

Exercice (bonne réponse : +1, mauvaise réponse : -0.5)

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
16.		
17.		
18.		
19.		
20.		

Cette feuille ne doit porter **aucun signe indicatif ni signature**
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15			Note
1.	Force de traction : $F =$		
	Puissance : $P =$	$P(v) =$	
2. $P_m =$			
3. $\alpha =$		A.N. $\alpha =$	
4. $F =$		A.N. $F =$	
5. Moment d'inertie $I_r =$		A.N. $I_r =$	
6. $\omega_R =$	Justification :	$\dot{\omega}_R =$	
7. $F_m =$			
8. Relation $(x, \theta) :$			
9. Relation $(v, \omega_R) :$		Relation $(\gamma, \dot{\omega}_R) :$	
10. Couple : $T_e =$			
A= B=			
11. Vitesse angulaire : $\omega_e =$			
12. Equation différentielle :			
13. Energies (1) : $E_{p1} = 2,5 \text{ J}$		$E_{m1} = 2,5 \text{ J}$	
14. Energies (2) : $E_{p2} = -mgh$ $E_{c2} = \frac{1}{2} m V_2^2$			
15. Vitesse : $v_2 = \sqrt{2gh + \frac{k}{m} (\ell - \ell_0)^2}$		A.N. $v_2 = 2,031 \text{ m/s}$	

(Physique II)

Cette feuille est un document à rendre et ne doit porter aucun signe indicatif ou signature du candidat

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	Note
1.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c en fonction de R_1 , C et E .	$R_1 C \frac{du_c}{dt} + u_c = E$	
2.	La valeur de la capacité C .	$C = 2 \times 10^{-5} F = 20 \mu F$	
3.	La tension u_c aux bornes du condensateur.	$u_c =$	
4.	La valeur de la constante du temps du nouveau circuit.	$\tau = 100 ms$	
5.	La valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL.	$\tau = 20 ms$	
6.	La valeur de la résistance R_2 .	$R_2 = 25 \Omega$	
7.	La valeur de l'inductance L .	$L = 0,5 H$	
8.	La valeur de L_2 .	$L_2 =$	
9.	La capacité C et la valeur de l'inductance L .	$C =$ et $L =$	
10.	La valeur de l'inductance L' .	$L' =$	

Exercice (bonne réponse : +1, mauvaise réponse : -0.5)

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
1.	Vrai	
2.	Faux	
3.	Vrai	
4.	Vrai	
5.	Vrai	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
6.	Faux	
7.	Vrai	
8.	Vrai	
9.	Vrai	
10.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
11.	Faux	
12.	Faux	
13.	Faux	
14.	Faux	
15.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
16.	Vrai	
17.	Vrai	
18.	Vrai	
19.	Vrai	
20.	Faux	

Note

6/6

/40

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS-MEKNES

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
Filières : Sciences Mathématiques A et B

Meknès, le 09 Aout 2011

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30

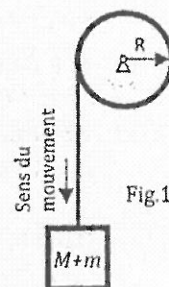
- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses »
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Les pages 5/6 et 6/6 sont des fiches des réponses à rendre.

Exercice 1.

Soit un ascenseur de masse M , destiné à soulever une charge dont la masse maximale est notée m . Son mouvement vers le haut est freiné par une force de frottement $\vec{f}$, supposée constante. On désigne par T la force de traction, développée par le moteur de l'ascenseur pour faire monter la charge. Soit v la vitesse de montée du système (ascenseur+charge). On donne : $M = 1000 \text{ Kg}$, $m = 800 \text{ Kg}$, $f = 4000 \text{ N}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Exprimer la force de traction T nécessaire au soulèvement du système à une vitesse constante en fonction de M , m , g et f . Calculer la puissance P_1 que doit fournir le moteur pour $v = 3 \text{ m/s}$.
2. Exprimer la puissance P_1 que doit fournir le moteur pour réaliser une accélération constante de module γ vers le haut en fonction de M , m , g , γ , f et la vitesse instantanée v (on néglige l'inertie du moteur). Calculer cette puissance à l'instant $t = 2 \text{ s}$ si le départ était à vitesse nulle et $\gamma = 0.8 \text{ m/s}^2$.
3. Le câble de traction (de masse négligeable) de l'ascenseur s'enroule sur le moteur au moyen d'un tambour de rayon R , le tambour a une inertie J par rapport à son axe (Fig.1). A un moment donné, le tambour se trouve sans liaison avec le moteur et le système est alors en chute libre. Trouver l'accélération γ du système en fonction de M , m , J , R , g et f .
4. Calculer la distance parcourue pour une durée d'une seconde, en négligeant le moment d'inertie J du tambour, (indication: le frottement est toujours existant (force $f = 4000 \text{ N}$) et vitesse initiale nulle).



Exercice 2.

Soit une bille de masse m , en chute au sein d'un fluide (Fig.2), dans le champ de pesanteur uniforme d'accélération $\vec{g} = -g\vec{z}$, lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h . La bille est assimilée à un point matériel (son volume est nul), sa position est repérée par la cote $z(t)$ relativement à l'axe vertical ascendant (Oz) du repère galiléen $R(Oxyz)$, ses coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont constamment nulles.

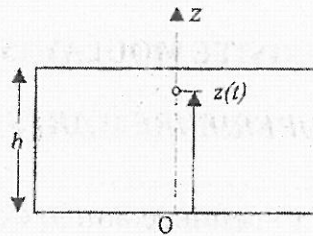


Fig. 2

Cas I : La poussée d'Archimède et le frottement du fluide sont négligés.

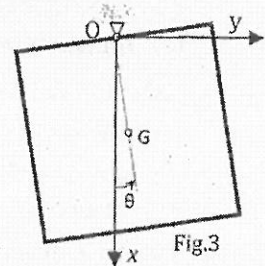
- Exprimer l'accélération γ de la bille en fonction de g . En utilisant les conditions initiales, déterminer l'équation horaire $z(t)$ du mouvement de la bille.

Cas II : La poussée d'Archimède est toujours négligée, mais le frottement du fluide n'est plus négligé et il est représenté par une force telle que $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ agissant sur la bille ; $\vec{v}$ étant le vecteur vitesse instantanée de la bille et α est une constante positive.

- Etablir l'équation différentielle du mouvement de la bille.
- On admet que la vitesse peut se mettre sous la forme $v(t) = \frac{-mg}{\alpha} + A e^{-t/\tau}$, où A et τ sont des constantes à identifier : déterminer A et τ en fonction de m, g et α .
- déterminer la position $z(t)$ de la bille en fonction de m, α, g, h et le temps t .

Exercice 3.

On considère un pendule pesant constitué d'une plaque homogène de forme carrée, de côté $2b$, de centre de gravité G , de masse m , située dans le champ de pesanteur d'accélération g suivant l'axe vertical (Ox) ; elle est suspendue au milieu de l'un de ses côtés (fig.3) et réalise, dans le repère galiléen $R(Oxyz)$, des oscillations autour de sa position d'équilibre, sans frottement. Pour une position quelconque, la plaque est repérée par l'angle θ que forme la droite (OG) avec la verticale. On donne le moment d'inertie de la plaque par rapport à l'axe (Oz) : $J = \frac{5mb^2}{3}$.



- Exprimer l'énergie potentielle E_p de la plaque, en fonction de m, g, b et θ . On prendra $E_p = 0$ pour $\theta = 0$.
- Exprimer son énergie cinétique E_c et son énergie mécanique E_m , en fonction de b, m, g, θ et $\dot{\theta}$.
- Si à l'instant initial, la plaque est lâchée sans vitesse initiale à partir de l'angle θ_m , déterminer la vitesse maximale $v_{\max}$ de son centre de masse en fonction de b, g et θ_m .
- En utilisant la loi de conservation de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle du mouvement de la plaque.

Dans la suite, on considère les petites oscillations de la plaque, on rappelle que $\cos^2 \theta \approx 1 - \theta^2/2$ et $\sin \theta \approx \theta$ pour θ petit. On donne pour les applications numériques : $\theta_m = \pi/20$, $b = 0.1\text{m}$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Calculer la période T du mouvement de la plaque autour de sa position d'équilibre. Déterminer l'équation horaire du mouvement de la plaque (avec application numérique).
- Exprimer puis calculer les composantes γ_x et γ_y de l'accélération du centre de gravité G , à l'instant $t = T/4$.
- Exprimer puis calculer les composantes R_x et R_y de la force du support sur la plaque au point O , à l'instant $t = T/4$.

Exercice 4.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 24V$, deux condensateurs de capacités respectives : $C_1 = 10 \mu F$ et $C_2 = 150 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

L'interrupteur k est en position (1).

16. Donner l'expression de la capacité équivalente C des deux capacités C_1 et C_2 .
17. Calculer sa valeur numérique.
18. Donner l'expression de la tension aux bornes de la capacité C_2 lorsque les deux condensateurs sont complètement chargés.
19. Calculer sa valeur numérique.
20. Donner l'expression de la charge électrique Q_2 du condensateur C_2 .

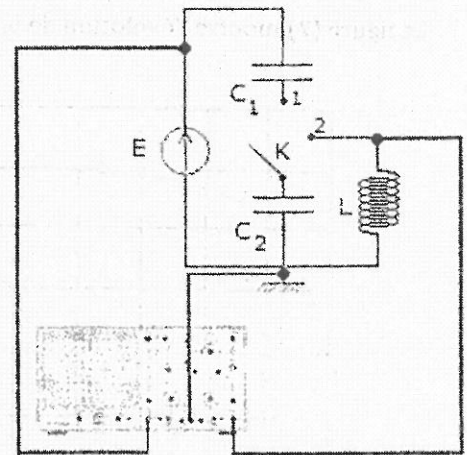
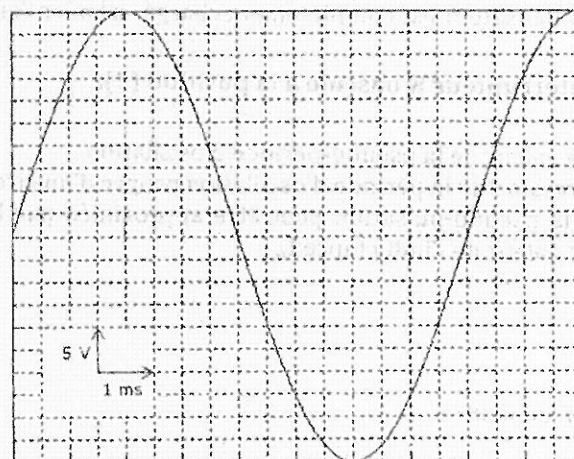


Fig.4

L'interrupteur k est en position (2).

La figure (5) illustre la tension aux bornes de la bobine L .

Fig.5



21. Donner l'équation différentielle vérifiée par cette tension qu'on note $u_L(t)$.
22. Donner l'expression de la tension $u_L(t)$.
23. Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de L et C_2 .
24. Calculer sa valeur numérique.
25. Déduire la valeur de l'inductance L .

Exercice 5.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 15V$, deux résistances R_1 et R_2 , un condensateur de capacité $C = 42 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

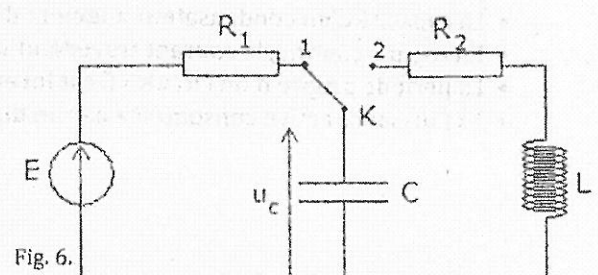


Fig. 6.

La figure (7) montre l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

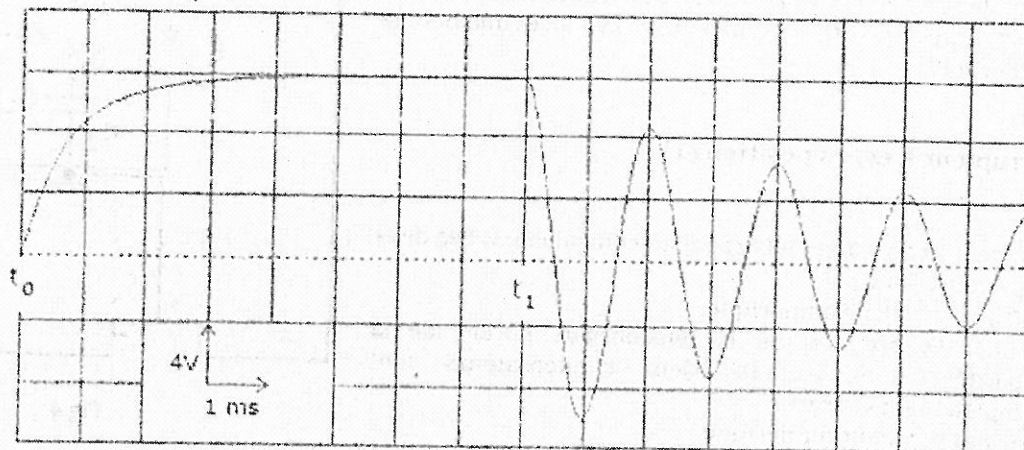


Fig. 7.

A l'instant t_0 , l'interrupteur K est en position (1).

26. La constante du temps du circuit RC étant égale à 0.9 ms. Quelle est la valeur de la résistance R_1 ?
 27. Une fois le condensateur est complètement chargé, calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

A l'instant t_1 , l'interrupteur K bascule à la position (2).

28. Déterminer la valeur de la pseudo-période d'oscillation.
 29. Donner l'expression de la période d'oscillation propre d'un circuit LC.
 30. Sachant que la pseudo-pulsation peut être approximée par la pulsation propre d'un circuit LC, déterminer la valeur de l'inductance L.

Exercice 6.

Répondre par vrai ou faux.

- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.
- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.
- La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.
- La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.
- La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.
- La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.
- La capacité d'un condensateur augmente d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.
- En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.
- La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.
- La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.

**Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers – Meknès
Filières : Sciences mathématiques A et B**

Matière : Physique
Durée totale : 3h

- Remarques importantes :** - La rédaction peut être en français ou en arabe.
- Cette épreuve est composée de deux parties indépendantes :
* Une partie Rédaction (les réponses seront rédigées sur la feuille de rédaction).
* Une partie R.S.F (les réponses seront notées sur la fiche de réponse).

Partie Rédaction

Exercice 1 (Rédiger les réponses sur la feuille de rédaction)

La loi d'attraction universelle, appliquée à deux corps de masses m_1 et m_2 dont les centres sont à la distance d s'écrit :

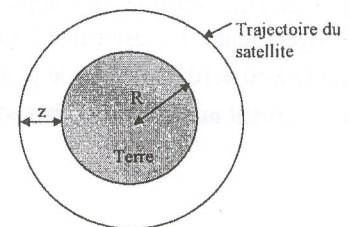
$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} . \text{ Où } G \text{ étant une constante égale à } 6,67.10^{-11} \text{ (SI).}$$

- 1- Exprimer l'accélération de pesanteur g_0 au niveau du sol en fonction de G , du rayon R de la terre et de la masse M de la terre, supposée concentrée en son centre.
- 2- Sachant que $R = 6400 \text{ km}$, calculer M . On donne au niveau du sol $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$.
- 3- Exprimer, en fonction de g_0 , R et z , l'intensité g de la pesanteur à l'altitude z (z est mesurée par rapport au niveau du sol).
- 4- Montrer que si z est très petit devant R , l'accélération de pesanteur g est une fonction linéaire de z .

On donne : $\frac{1}{(1+x)^2} \approx 1 - 2x$ quand x est négligeable devant 1.

- 5- Un satellite artificiel de masse m évolue à très haute altitude, où la valeur de g est celle trouvée à la question 3-, en décrivant un cercle concentrique à la terre dans le plan de l'équateur (voir figure ci-contre).

- a- En appliquant le principe fondamental de la dynamique, exprimer la vitesse du satellite en fonction de g_0 , R et z .
- b- Calculer cette vitesse pour $z = 36000 \text{ km}$?
- c- Quelle est la durée d'une révolution ? L'exprimer en secondes et en heures. Conclure.



Pour les questions 6 et 7, on supposera que le centre de l'orbite circulaire est déplacé par rapport au centre de la terre. Le point A de cette orbite le plus rapproché à la terre a une altitude $z_A = 20000 \text{ km}$, le point B le plus éloigné à une altitude $z_B = 36000 \text{ km}$. La vitesse au point B est celle trouvée en 5-b.

- 6- On prendra sur toute l'orbite une valeur constante de g égale à celle qu'on calcule pour $z = 36000 \text{ km}$ d'après la question 3. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression et la valeur de la vitesse au point A.
- 7- On veut maintenant faire un calcul plus exact de la vitesse au point A. On tient alors compte de la variation de g en fonction de z .

- a- Sachant que la variation de l'énergie potentielle de pesanteur correspondant à une variation dz de z est donnée par : $dE_{pp} = Fdz$ où F est le module de la force d'attraction à l'altitude z . Déterminer l'expression de l'énergie

potentielle de pesanteur $E_{pp}(z)$ à une altitude z en fonction de g_0 , R , z et m . On prendra le niveau du sol comme référence $E_{pp}(z=0)=0$.

b- En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, déterminer numériquement la vitesse au point A.

Partie R.S.F

Les cinq exercices de cette partie sont indépendants.

Exercice 2 (Donner les réponses sur la fiche de réponse)

Un ressort **AB** de masse négligeable, de constante de raideur $k = 50 \text{ N/m}$ est fixé par son extrémité **A** à un point fixe. On accroche à l'extrémité **B** un corps solide **S** assimilé à un point matériel de masse $m = 50 \text{ g}$. Le solide **S** est écarté de sa position d'équilibre, verticalement, vers le bas d'une longueur $a = 5 \text{ mm}$.

1- Déterminer l'expression, puis la valeur numérique de la période T des oscillations du corps **S**.
2- A l'instant $t=0$, le centre d'inertie **G** de **S** passe par sa position d'équilibre G_0 en allant vers le bas, dans le sens positif. On repère la position de **G** par son abscisse $y(t)$ sur une droite d'origine G_0 , orientée vers le bas.

a- Donner l'équation $y(t)$ du mouvement.

b- Déterminer les instants de t_k pour lesquelles l'énergie cinétique est maximale en fonction de T et k (k est un entier).

3- On fixe sur la partie inférieure de **S** une pointe verticale de masse négligeable (voir figure ci-dessous). L'extrémité de cette pointe est animée du mouvement étudié précédemment (question 2) et vient frapper au point **P** la surface d'une nappe d'eau. L'amplitude des ondes circulaires concentriques qui se propagent à partir de **P** est $a=5 \text{ mm}$.

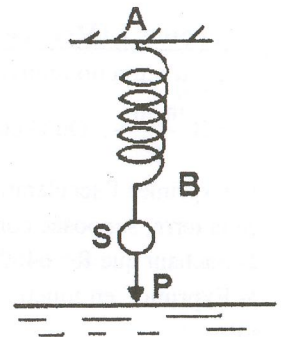
a- La distance qui sépare deux crêtes successives est 12 cm . En déduire la longueur d'onde λ .

b- Donner la vitesse V de propagation de l'onde en fonction de λ et T . Calculer sa valeur.

4- On place sur l'eau, à la distance d à partir de **P**, un morceau ponctuel de liège (**L**) (L'amortissement des ondes à la surface d'eau est négligeable).

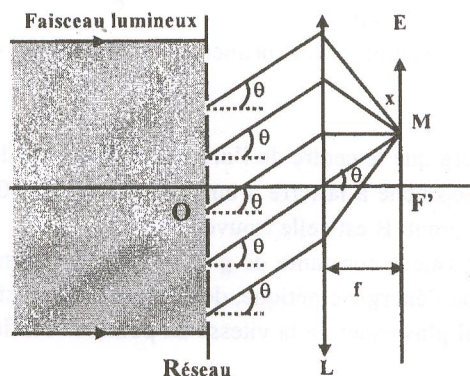
a- Quelle est la valeur minimale $d_{\min}$ prise par d pour que les vibrations en **P** et en **L** soient en phase.

b- A un instant t_0 on mesure une elongation A de la vibration en **P**. A quelle instant t_1 après t_0 on retrouve cette même elongation en **L** (On exprime t_1 en fonction de t_0 , d , λ et T)?



Exercice 3 (Donner les réponses sur la fiche de réponse)

Un réseau par transmission de pas $a=10^{-6} \text{ m}$, disposé devant une lentille convergente (**L**) de distance focale $f=10 \text{ cm}$, et de foyer image F' , est éclairé sous une incidence normale par un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde $\lambda=0,4.10^{-6} \text{ m}$. Dans le plan focal de la lentille on place un écran (**E**). Tous les rayons diffractés dans la direction θ convergent au point **M** d'abscisse x par rapport à l'axe ($F'x$) (figure ci-dessous).



1- Donner la relation entre x et θ .

- 2- Déterminer en fonction de a et θ , l'expression de la différence de marche δ entre deux rayons successifs diffractés dans la direction θ .
- 3- Déterminer en fonction de a , k et λ , l'expression de $\sin(\theta_k)$ (θ_k : l'angle correspondant à l'ordre k (k est un entier relatif)).
- 4- Quelles sont les valeurs numériques de tous les ordres possibles.
- 5- On incline maintenant le faisceau lumineux d'un angle θ_0 par rapport à la normale au réseau.
 - a- Que devient l'expression de $\sin(\theta_k)$ (θ_k est défini à la question 3).
 - b- Sachant que la tâche lumineuse de l'ordre 2 correspondant à l'incidence normale du faisceau s'est déplacée au foyer F' quand le faisceau est incliné de θ_0 . Déterminer l'expression donnant θ_0 puis calculer sa valeur en degré.

Exercice 4 (Donner les réponses sur la fiche de réponse)

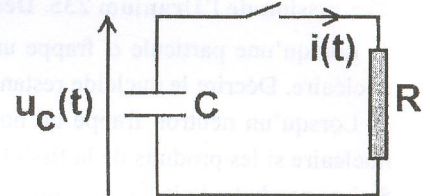
Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène vérifient la relation $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ où n étant un entier naturel non nul et

$E_0 = 13,6 \text{ eV}$. On donne $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ (constante de Plank); $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ et $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- 1- Quelle est l'énergie d'ionisation E_i de l'atome d'hydrogène quand il est à son état fondamental ($n=1$).
- 2- Déterminer l'expression de la vitesse minimale $V_{\min}$ d'un électron de masse m qui rentre en choc avec un atome d'hydrogène au repos et permettant de l'exciter depuis l'état fondamental jusqu'à l'état correspondant au niveau n .
- 3- a- Déterminer l'expression de la longueur d'onde λ du rayonnement émis par l'atome d'hydrogène quand il passe de l'état excité d'énergie E_n ($n \geq 2$) à l'état fondamental, en fonction de n , h , c et E_0 .
b- Pour quelle valeur de n la longueur d'onde est minimale. En déduire la valeur numérique de $\lambda_{\min}$.

Exercice 5 (Donner les réponses sur la fiche de réponse)

Un condensateur de capacité $C = 100 \text{ microfarads}$ est préalablement chargé sous la tension $U = 1000 \text{ V}$. On installe ce condensateur dans un circuit comportant une résistance $R = 100 \text{ k}\Omega$ et un interrupteur (figure ci-contre). On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0 \text{ s}$.



- 1- A l'instant de la fermeture, Calculer la différence de potentiel entre les armatures du condensateur $u_C = U_0$ (en V) et le courant i_0 (en mA) dans le circuit.
- 2- A l'instant de la fermeture, la différence de potentiel entre les armatures du condensateur montre une tendance à la diminution. Calculer (en V/s) la pente de la tangente à l'origine de la tension aux bornes du condensateur.
- 3- Calculer la différence de potentiel u_{C10} (en V) aux bornes du condensateur à l'instant $t = 10 \text{ s}$.
- 4- Calculer la valeur du courant i_{50} (en μA) dans le circuit à l'instant $t = 50 \text{ s}$.

Exercice 6 (Donner les réponses sur la fiche de réponse)

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.

A- La radioactivité est utilisée dans le traitement des tumeurs et des cancers: c'est la radiothérapie. Le principe consiste à bombarder une tumeur avec le rayonnement β^- émis par le "cobalt 60". Dans certains cas, il faut une source radioactive plus ionisante: on utilise un rayonnement de type alpha, plus massif que les autres. La découverte de la radioactivité a donné aux sciences, à la médecine et à l'industrie un élan qui ne s'est pas ralenti.

Le cobalt ${}^{60}_{27}\text{Co}$ est émetteur β^- de constante radioactive $\lambda = 4 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$.

- 1- Écrire l'équation de désintégration du "cobalt 60". On supposera que le noyau fils est produit dans un état excité.

Données:

Extrait de la classification périodique:

${}^{25}_{25}\text{Mn}$	${}^{26}_{26}\text{Fe}$	${}^{27}_{27}\text{Co}$	${}^{28}_{28}\text{Ni}$	${}^{29}_{29}\text{Cu}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

Constante d'Avogadro: $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Masse molaire atomique du cobalt 60 : 60 g.mol^{-1}

2- Un centre hospitalier reçoit un échantillon de "cobalt 60".

2.1- Déterminer le nombre N_0 de noyaux contenus dans l'échantillon de $1\mu\text{g}$ à l'instant de sa réception dans l'établissement hospitalier.

2.2- Donner l'expression liant dN , dt , λ et N dans laquelle N représente le nombre de noyaux encore présents dans l'échantillon à l'instant de date t et dN étant le nombre de désintégrations pendant une courte durée dt .

2.3- En déduire l'expression de dN en fonction de dt , λ , N_0 et t .

Le technicien du laboratoire est chargé de contrôler cette source, tous les ans. A l'aide d'un compteur, il détermine le nombre de désintégrations qu'un échantillon radioactif produit par seconde. Ce nombre est appelé activité A définie

par : $A = \frac{-dN}{dt}$. L'activité peut se mettre alors sous la forme $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

2.4- Que vaut littéralement A_0 ?

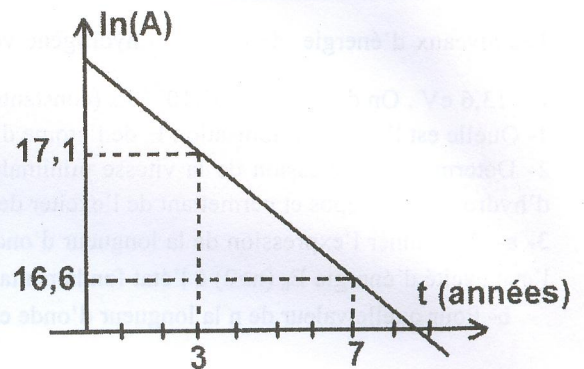
2.5- On trace à l'aide d'un logiciel approprié le graphe du logarithme de l'activité A en fonction du temps: $\ln(A) = f(t)$ (figure ci-contre).

Exprimer $\ln(A)$ en fonction de t , λ et A_0 : activité initiale de l'échantillon à l'instant de sa réception.

2.6- Déterminer graphiquement la valeur de la constante de désintégration radioactive λ en an^{-1} .

2.7- Donner la relation entre $t_{1/2}$ (temps de demi-vie) et λ .

2.8- Calculer $t_{1/2}$ en s. On donne : $1 \text{ an} = 3,156 \times 10^7 \text{ s}$.



B- Fission de l'Uranium 235. Déchets radioactifs subsistant au bout d'un siècle.

3- Lorsqu'une particule α frappe un noyau de béryllium ${}^9_4\text{Be}$, un neutron est émis. Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire. Décrire le nucléide restant.

4- Lorsqu'un neutron frappe un noyau d'Uranium ${}^{235}_{92}\text{U}$, il se produit une fission. Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire si les produits de la fission sont le strontium ${}^{94}_{38}\text{Sr}$ et le xénon ${}^{140}_{54}\text{Xe}$.

5- Les produits de la fission sont radioactifs et se transmutent en d'autres produits radioactifs. L'ensemble de tous ces produits de la fission constitue les « déchets radioactifs ». Parmi ces déchets, on trouve le strontium ${}^{90}\text{Sr}$ de demi-vie 25 ans et le césium ${}^{137}\text{Cs}$ de demi-vie 33,333 ans. Un déchet contient 8 mg de strontium ${}^{90}\text{Sr}$ et 8 mg de césium ${}^{137}\text{Cs}$.

Quelle quantité (en mg) de ces éléments restera-t-il dans ce déchet un siècle (100 ans) plus tard ?

C- Une centrale nucléaire type PWR (réaction à eau ordinaire pressurisée) utilise comme combustible de l'uranium enrichi en uranium ${}^{235}_{92}\text{U}$.

6- Un noyau d'uranium ${}^{235}_{92}\text{U}$ peut absorber un neutron. Parmi les réactions possibles, il ya celle où apparaissent 2 nucléides radioactifs ${}^{144}_{56}\text{Ba}^*$ et ${}^{89}_{36}\text{Kr}^*$. Ecrire l'équation de cette réaction. S'agit-il d'une fission ou d'une fusion nucléaire ?

7- Chaque noyau d'uranium 235 libère en moyenne une énergie de 200 MeV au cours de la réaction précédente ; 30 % de cette énergie est transformée en énergie électrique. Une « tranche » d'une centrale nucléaire (type PWR) fournit une puissance électrique de 920 MW.

Calculer en kilogrammes la consommation journalière de ${}^{235}\text{U}$ dans cette centrale. On donne la masse d'un noyau d'uranium 235 : approximativement 235 u.

On donne : Unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

**Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers – Meknès
Séries : Sciences mathématiques A et B**

Matière : Physique
Durée totale : 3h

Remarque importante : Cette épreuve est composée de deux parties :

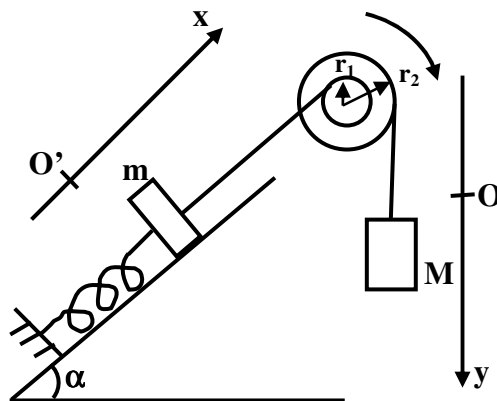
- Une partie rédaction distribuée au début ;
- Une partie QCM distribuée après 1h30mn.

Partie rédaction :

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Exercice 1

Une poulie, mobile sans frottements autour d'un axe horizontal, possède deux gorges **solidaires** de rayons $r_1 = 6 \text{ cm}$ et $r_2 = 2r_1$. Le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe de rotation est égal à $J = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$. Un fil inextensible et sans masse est enroulé sur la grande poulie et supporte une masse $M = 300 \text{ g}$. Un fil inextensible et sans masse est enroulé sur la petite poulie et supporte une masse $m = 1 \text{ Kg}$ et peut glisser **sans frottements** sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$. On appelle G_1 et G_2 les centres d'inertie respectivement des masses m et M .



A- La masse m est reliée à un ressort de masse négligeable, de raideur $k = 20 \text{ N/m}$ et de longueur initiale $L_0 = 20 \text{ cm}$. L'autre extrémité du ressort est fixée. On étudiera par la suite le système {poulie, m , M }.

1- Déterminer, à l'équilibre du système, l'expression de la longueur L_e du ressort puis calculer sa valeur.

2- Les origines des axes (Oy) et $(O'x)$ coïncident avec les positions de G_1 et G_2 à l'équilibre du système. A l'instant initial $t=0$ on écarte la masse M , à partir de sa position d'équilibre, et vers le bas d'une distance de **10cm** puis on la lâche sans vitesse initiale. On appelle x l'abscisse du centre d'inertie G_1 de la masse m sur l'axe $(O'x)$.

a- Montrer que l'énergie potentielle du système {poulie, m , M } peut s'écrire sous la forme :

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 + A \quad \text{où } A \text{ est une constante à calculer. On prend les plans horizontaux passant par } O' \text{ et } O$$

comme références de l'énergie potentielle de pesanteur, respectivement pour les masses m et M . La référence de l'énergie potentielle élastique est prise quand le ressort n'est pas déformé.

b- Montrer que l'énergie cinétique du système peut s'écrire sous la forme : $E_c = \frac{1}{2} B \dot{x}^2$ où B est une constante à calculer.

c- Donner la valeur numérique de la vitesse maximale de la masse m .

d- Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la masse m et calculer la période T des oscillations.

e- Donner l'expression numérique de l'équation horaire $x(t)$.

f- Déterminer, à l'instant $t = \frac{T}{2}$, les valeurs des tensions des deux fils.

B- Le ressort de la partie A est maintenant éliminé. A l'instant initial, les centres d'inertie G_1 et G_2 des masses m et M se situent, respectivement en O' et O . On appelle x l'abscisse de la position de G_1 sur l'axe $(O'x)$.

1- Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {poulie, m , M } pour une position x de G_1 . On prend les plans horizontaux passant par O' et O comme références de l'énergie potentielle de pesanteur, respectivement pour les masses m et M .

2- En déduire l'expression de l'accélération γ de la masse m . Donner sa valeur numérique.

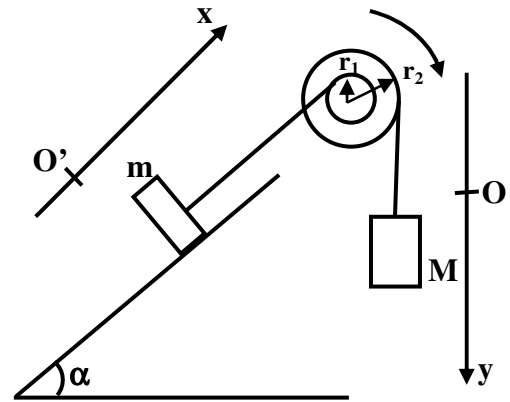
3- Quel est le nombre de tours, effectués par la poulie, au cours des 3 premières secondes ?

4- A cause des frottements sur le plan incliné, l'accélération réelle a de la masse m est inférieure à γ . On suppose que ces frottements

sont équivalents à une seule force constante $\vec{f}$ qui s'oppose au mouvement de la masse m et de module $f=0,4N$.

a- En appliquant la deuxième loi de Newton aux masses m , M et à la poulie, exprimer puis calculer l'accélération a .

b- Calculer les valeurs des tensions des deux fils.



Exercice 2

On considère le circuit de la figure ci-contre. La résistance de la bobine est négligeable. La tension aux bornes du condensateur vaut $U_0 = 10 \text{ V}$, l'interrupteur K étant ouvert. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

1- Préciser la nature du phénomène observé.

2- Des enregistrements ont permis d'obtenir les expressions de $u(t)$ et $i(t)$:
 $u(t) = 10.\cos(2.10^4.t)$ en volt et $i(t) = 20.\sin(2.10^4.t)$ en mA.

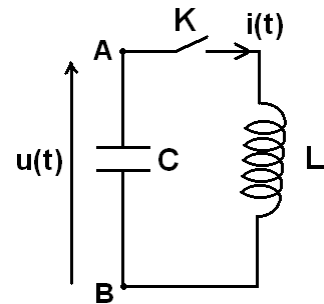
a- Ecrire la relation entre $u(t)$, L , C et $du(t)/dt$. Justifier votre réponse.

b- Montrer que $C = 100 \text{ nF}$ et en déduire la valeur de L .

c- Calculer la valeur de l'énergie E du circuit. Comment varie E au cours du temps ?

d- Calculer la période propre T_0 du circuit.

3- On définit t_1 la date à laquelle, pour la première fois après la fermeture de K , l'énergie est répartie de façon égale entre la bobine et le condensateur. Calculer l'instant t_1 et en déduire les valeurs de $u(t_1)$ et $i(t_1)$.



Exercice 3

Le circuit de la figure ci-contre est composé d'un générateur de tension continue E , d'une bobine d'inductance L et de résistance $r = 10 \Omega$, d'un interrupteur K et d'un conducteur ohmique R .

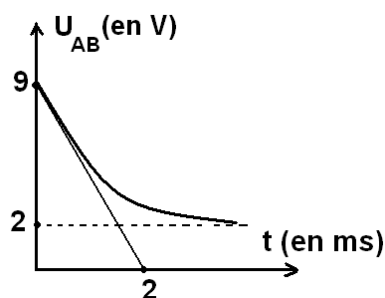
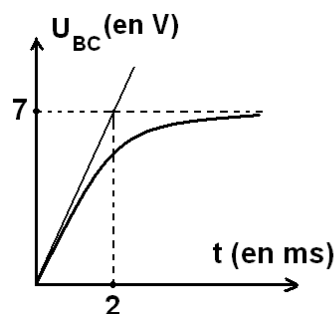
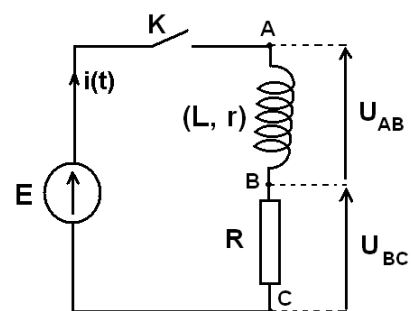
A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Un oscilloscope à mémoire permet de suivre les valeurs des tensions U_{BC} et U_{AB} au cours du temps. Ces tensions sont illustrées dans la figure ci-dessous.

1- Déterminer la valeur de E .

2- Calculer R et en déduire L (en mH).

3- Déterminer l'expression de l'intensité i du courant en fonction de L , R , E et r . En déduire la valeur de l'intensité i à $t = 3 \text{ ms}$.

4- Calculer la valeur de l'énergie stockée par la bobine à $t = 3 \text{ ms}$.



Matière : Physique

Séries : Sciences mathématiques A et B

Partie QCM :

Important : Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Veuillez cocher Les réponses exactes dans la fiche de réponse ci-jointe.

On donne $g=10\text{m/s}^2$

1- Un projectile est lancé depuis la surface de la terre avec une vitesse **verticale** de 50m/s.

Jusqu'à quelle hauteur s'élèvera-t-il si on néglige les frottements dus à l'air ?

- a) 60 m b) 100 m c) 80 m d) 125 m

2- Lors des Jeux Olympiques, un coureur réalise un chrono de 10 s au 100 m. Si l'on considère qu'il accélère de manière constante pendant les 50 premiers mètres et maintient ensuite une

vitesse constante pour la fin de la course, quelle est la valeur du module de son accélération au démarrage ?

- a) 3,22 m/s² b) 2,25 m/s² c) 5,15 m/s² d) 4,73 m/s²

3- Sur une route horizontale, on communique à un véhicule pesant 6000Kg et partant sans vitesse initiale une force motrice **constante**. Pour toutes les questions de cet exercice on va supposer que les frottements sont équivalents à une force **constante** de 250N qui s'oppose au mouvement. Au bout d'une minute le véhicule atteint la vitesse 45Km/h.

3.1 Quelle est la valeur de la force motrice ?

- a) 1500 N b) 2500 N c) 3500 N d) 4500 N

3.2 Quel est le travail fourni au véhicule pendant cette phase de démarrage (Phase initiale de durée une minute) ?

- a) 562,5 KJ b) 700,5 KJ c) 50,5 KJ d) 300 KJ

On veut maintenir constante cette vitesse de 45Km/h.

3.3 Quelle est la nouvelle valeur de la force motrice qu'il faut régler ?

- a) 815 N b) 350 N c) 500 N d) 250 N

A la vitesse 45Km/h, le véhicule aborde une pente (montée) inclinée de 10° par rapport à l'horizontal. On suppose que la force motrice est **supprimée**.

3.4 Quel est le module de l'accélération du véhicule sur la pente ?

- a) 4,25 m/s² b) 3,33 m/s² c) 1,77 m/s² d) 5,63 m/s²

3.5 Quelle est la distance parcourue par le véhicule, sur la pente, avant de s'arrêter ?

- a) 30,8 m b) 44 m c) 65,8 m d) 50 m

4- Une barre rectiligne homogène MN de longueur 1 m est fixée par son milieu O à un fil de torsion AO. Le fil AO est vertical, MN peut se déplacer dans un plan horizontal, L'ensemble constitue un pendule de torsion dont les oscillations ont une période $T_1=1,64\text{s}$. On ajoute à chaque extrémité une surcharge ponctuelle $m=50\text{g}$, la période devient $T_2=2,42\text{s}$.

4.1 Quelle est la valeur du moment d'inertie J de la barre MN (sans les surcharges) par rapport à l'axe AO ?

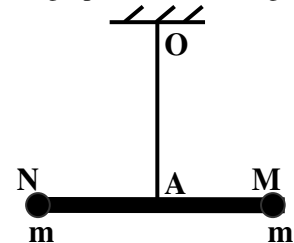
- a) $2,12 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$ b) $1,15 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$
c) $3,5 \cdot 10^{-2} \text{ Kg.m}^2$ d) $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$

4.2 Quelle est la valeur de la constante de torsion C du fil AO ?

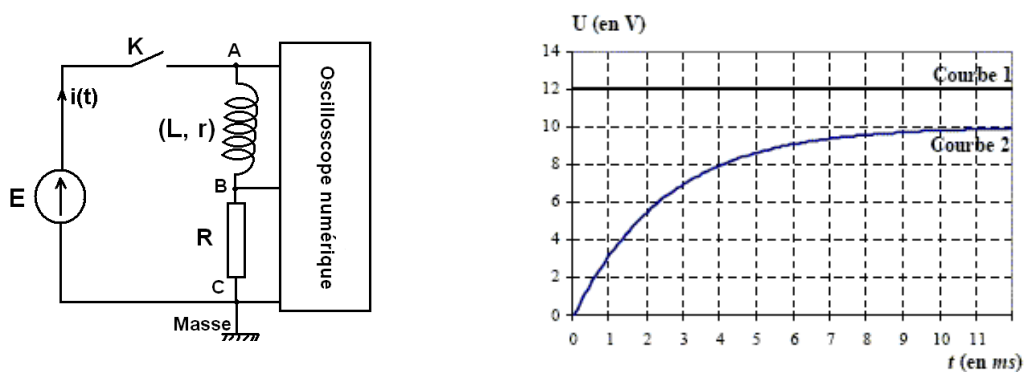
- a) 0,113 N.m/rad b) 2,123 N.m/rad
c) 3,111 N.m/rad d) 0,311 N.m/rad

4.3 Quelle est la vitesse angulaire de la barre munie à ses deux surcharges au moment de passage par sa position d'équilibre au cours d'oscillations d'amplitude 90° ?

- a) 1,03 rad/s b) 5,55 rad/s c) 4,07 rad/s d) 3,03 rad/s



5- Un dipôle est constitué de l'association en série d'une bobine présentant une inductance L et une résistance r avec un conducteur ohmique de résistance $R = 40 \Omega$. Ce dipôle est alimenté par une source de tension continue E à travers un interrupteur K . Il est parcouru par un courant $i(t)$. Les bornes A, B et C sont reliées aux entrées d'un oscilloscope numérique à mémoire permettant d'enregistrer l'évolution des tensions. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K ; l'enregistrement génère les courbes 1 et 2.



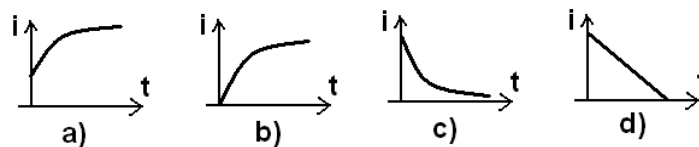
5.1 Quelle est la tension représentée par la courbe 1 ?

- a) u_{AB} . b) u_{BC} . c) u_{AC} . d) $E - u_{BC}$.

5.2 Quelle est la tension représentée par la courbe 2 ?

- a) u_{BC} . b) u_{AB} . c) u_{AC} . d) $E + u_{BC}$.

5.3 Quelle sera l'allure de la courbe de variation du courant i choisie parmi les quatre courbes ci-dessous ?



5.4 Quelle est la valeur de E ?

- a) 10 V. b) 12 V. c) 2 V. d) 0 V.

5.5 L'intensité maximale $I_{\max}$ atteinte par i vaut :

- a) 2,5 mA. b) 0,25 mA. c) 2,5 A. d) 0,25 A.

5.6 L'équation différentielle définissant i s'exprime de la manière suivante :

- a) $\frac{di}{dt} + (r + R).i = E/L$. b) $\frac{di}{dt} + L.(r + R).i = E/L$.
c) $\frac{di}{dt} + (r + R).i/L = E$. d) $\frac{di}{dt} + (r + R).i/L = E/L$.

5.7 La résistance r de la bobine a pour valeur :

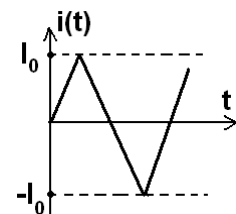
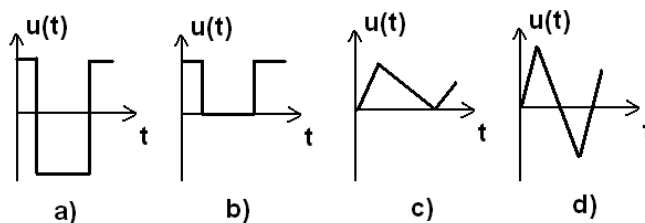
- a) 80 Ω . b) 8 Ω . c) 80 m Ω . d) 8 m Ω .

5.8 La valeur de l'inductance L de la bobine vaut :

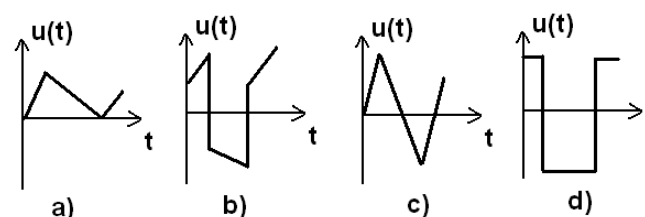
- a) 0,12 H. b) 1,2 H. c) 0,12 mH. d) 12 mH.

5.9 On remplace maintenant le générateur de tension par un générateur de courant délivrant un courant de dents de scie (figure ci-contre). On considérera que la résistance r de la bobine est nulle.

5.9.1 Quelle sera, parmi les quatre courbes ci-dessous, l'allure de la courbe de variation de la tension u_{AB} ?



5.9.2 Quelle sera, parmi les quatre courbes ci-dessous, l'allure de la courbe de variation de la tension u_{BC} ?



Fiche de Réponse pour la partie QCM

Matière : Physique

Séries Bac : Sc Math (A et B)

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Pour chaque question, on vous propose quatre réponses : a), b), c) et d). Cochez la réponse juste par une **croix** dans la case correspondante.

Barème : Une réponse juste : **+1**, une réponse fausse ou pas de réponse ou plus d'une seule réponse : **0**.

Numéro de question	Choix				Note
1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.6	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.7	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.8	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.9.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
5.9.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	

**Concours d'entrée en première année de l'Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Meknès**
Séries : Sciences mathématiques A et B
Sciences et techniques

Matière : Physique
Durée totale : 3h

Remarque importante : Cette épreuve est composée de deux parties :

- Une partie rédaction distribuée au début ;
- Une partie QCM qui sera distribuée après 1h30mn.

Partie rédaction :

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Exercice 1 :

Important :

Soient f une fonction qui dépend du temps t et c une constante.

On appelle équation différentielle de **type 1** : $\ddot{f} - c^2 f = 0$ avec $\ddot{f}$ est la dérivée seconde de f par rapport à t

On appelle équation différentielle de **type 2** : $\ddot{f} + c^2 f = 0$

On admet que les solutions de l'équation différentielle de type 1 sont de la forme : $f(t) = A e^{ct} + B e^{-ct}$ où A et B sont des constantes.

On admet également que les solutions de l'équation différentielle de type 2 sont de la forme :

$f(t) = A \cos(ct + \varphi)$ où A et φ sont des constantes.

Une tige (T) contenue dans le plan fixe (Oxy) horizontal est animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe fixe (Oz), à la vitesse angulaire constante ω_0 , sa position est alors repérée par $\theta = \omega_0 t$. Sur la tige (T) peut coulisser sans frottements un anneau M de masse m , assimilé à un point matériel. La position de M sur la tige est définie par $\vec{OM} = r \vec{u}$. Les vecteurs unitaires $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux et définis

par : $\vec{u} = \cos(\theta) \vec{i} + \sin(\theta) \vec{j}$ et $\vec{n} = -\sin(\theta) \vec{i} + \cos(\theta) \vec{j}$

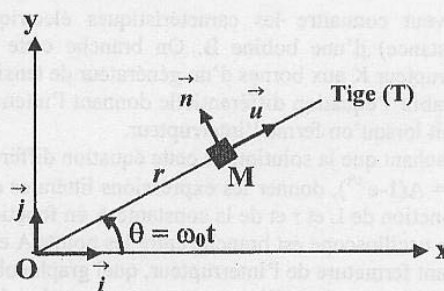
(voir figure ci-contre). L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de M dans un référentiel

Galiléen. Pour tout l'exercice on donnera :

$\vec{F} = F_1 \vec{n} + F_2 \vec{k}$ la force exercée par (T) sur M et

$\vec{P} = -mg \vec{k}$ le poids de M et on utilisera

$(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$ comme base de projection des vecteurs.



1- Montrer que $\frac{d\vec{u}}{dt} = \omega_0 \vec{n}$ et $\frac{d\vec{n}}{dt} = -\omega_0 \vec{u}$.

2- Montrer en utilisant la question précédente que la vitesse et l'accélération de M sont données par :

$\vec{v} = \dot{r} \vec{u} + r \omega_0 \vec{n}$ et $\vec{a} = (\ddot{r} - r \omega_0^2) \vec{u} + 2 \dot{r} \omega_0 \vec{n}$ où $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ et $\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2}$.

3. On se propose d'étudier le mouvement de l'anneau M.

a- Faire la projection, dans la base $(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$, de la relation fondamentale de la dynamique appliquée à l'anneau M.

b- En déduire que r vérifie une équation différentielle de type 1. Expliciter la constante c dans ce cas.

c- On donne comme conditions initiales du mouvement de l'anneau : $r(t=0) = r_0$ et $\dot{r}(t=0) = 0$.

Déterminer l'équation horaire $r(t)$ du mouvement de l'anneau M ainsi que les composantes F_1 et F_2 de $\vec{F}$.

d- Montrer qu'au bout d'un certain temps, qu'on ne vous demande pas de le déterminer, l'anneau M va quitter la tige (T).

4. On suppose maintenant que l'anneau M est attaché à un ressort enfilé sur la tige, l'autre extrémité du ressort est fixée au point O. Le ressort est de masse négligeable, de longueur initiale L_0 et de constante de raideur k .

a- Exprimer la force élastique $\vec{F}_e$ exercée par le ressort sur l'anneau M pour une position r donnée.

b- Faire la projection, dans la base $(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$, de la relation fondamentale de la dynamique appliquée à l'anneau M.

On suppose par la suite que $\omega_0^2 < \frac{k}{m}$ et on pose $\omega^2 = \frac{k}{m} - \omega_0^2$ et $L_e = \frac{\frac{k}{m} L_0}{\frac{k}{m} - \omega_0^2}$.

c- Montrer que la fonction $g = r - L_e$ vérifie une équation différentielle de type 2. Expliciter la constante c dans ce cas.

d- On donne comme conditions initiales du mouvement de l'anneau : $r(t=0) = r_0$, $\dot{r}(t=0) = 0$ et on suppose que $r_0 > L_e$. Déterminer l'équation horaire $r(t)$ du mouvement de l'anneau M.

e- Quelle est la nature du mouvement de M sur la tige (T) et que représentent les grandeurs ω et L_e ?

Exercice 2 :

Un solide de masse $m = 250\text{g}$ glisse sur un plan $AB = 50\text{ cm}$ incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ sur l'horizontale. Au passage en A sa vitesse est 2 ms^{-1} et en B est $2,5\text{ ms}^{-1}$. La force de frottement, supposée constante, s'oppose au mouvement.

1. Montrer que le mouvement du solide est uniformément varié.
2. Calculer le module de l'accélération du solide.
3. Calculer le module de la force de frottement.
4. Calculer la durée de déplacement du solide depuis A jusqu'à B.

Exercice 3 :

On veut connaître les caractéristiques électriques L (inductance) et r (résistance) d'une bobine B. On branche cette bobine en série avec un interrupteur K aux bornes d'un générateur de tension continue $E = 6\text{ V}$.

1. Etablir l'équation différentielle donnant l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit lorsqu'on ferme l'interrupteur.

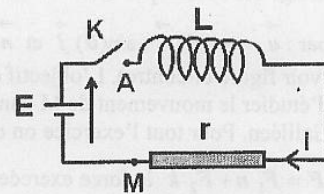
2. Sachant que la solution de cette équation différentielle est donnée par $i(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$, donner les expressions littérales de la constante de temps τ en fonction de L et r et de la constante A en fonction de E et r .

3. Un oscilloscope est branché entre les points A et M du circuit ; M étant relié à la masse de l'oscilloscope.

- Avant fermeture de l'interrupteur, quel graphe observe-t-on sur l'écran de l'oscilloscope ?

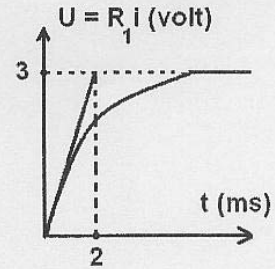
- Après fermeture de l'interrupteur, quel graphe observe-t-on sur l'écran de l'oscilloscope ?

4. On place un ampèremètre dans le circuit. Après fermeture de l'interrupteur, l'intensité se stabilise à $1,2\text{ A}$. Calculer la résistance r de la bobine.



5. On associe en série avec la bobine B une résistance $R_1 = 5 \Omega$. Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser la tension aux bornes de la résistance R_1 illustrée dans la figure ci-contre.

- Quelle est la valeur maximale de l'intensité du courant parcourant le circuit ?
- Quelle est la constante de temps ?
- Calculer l'inductance de la bobine.



6. On dispose d'une nouvelle bobine B' (L' , R') et on veut déterminer ses caractéristiques par une autre méthode. Cette bobine B' est mise en série avec $R_1 = 5 \Omega$ et un condensateur C variable. Un générateur fournissant une tension alternative à la fréquence 5000 Hz alimente le circuit. Une voie de l'oscilloscope est branchée aux bornes de R_1 tandis que l'autre est branchée aux bornes du générateur.

- En examinant le graphe de la figure 1 qui permet de visualiser la tension aux bornes de R_1 , déterminer la sensibilité horizontale de l'oscilloscope en **microseconde par division**.
- En modifiant les valeurs de la capacité, la tension $U_1(t)$ aux bornes de R_1 et la tension $U(t)$ aux bornes du générateur sont en phase (figure 2). Cet événement se produit pour $C = 10$ microfarads. Quelles sont les valeurs de L' et R' ?

La sensibilité choisie pour visualiser $U(t)$ et $U_1(t)$ est 1 V.cm^{-1} . La base du temps est sur la graduation 2 ms.cm^{-1}

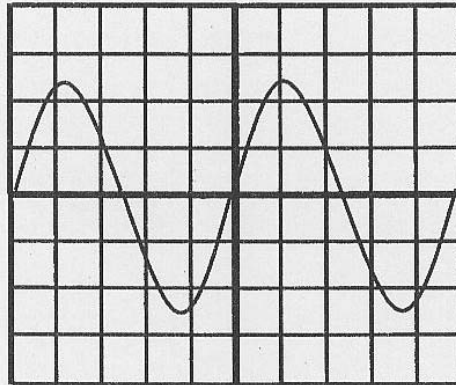


Figure 1

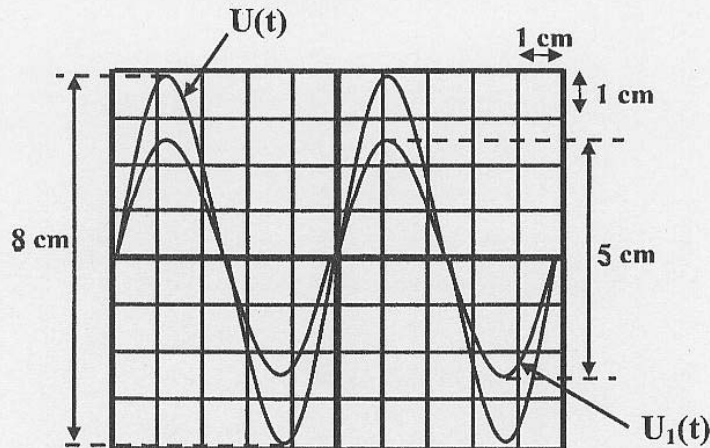


Figure 2

Partie QCM :

Important : Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Veuillez cocher Les réponses exactes dans la fiche de réponse ci-jointe.

On donne $g=10\text{m/s}^2$

1- Un train, dont la masse totale est $M = 600.10^3 \text{ kg}$, part sans vitesse initiale, sur une voie horizontale et atteint la vitesse de 36Km/h en 10mn . La résistance à l'avancement est constante et de module 20000N .

1.1 Sachant que le mouvement du train est uniformément accéléré. L'accélération du mouvement est :

- a) 1 m/s^2 b) $0,016 \text{ m/s}^2$ c) $0,033 \text{ m/s}^2$ d) $0,5 \text{ m/s}^2$

1.2 La force de traction de la locomotive est :

- a) 50000 N b) 30000 N c) 25000 N d) 40000 N

1.3 La distance parcourue pour atteindre la vitesse 36 km/h est :

- a) 4 km b) $2,5 \text{ km}$ c) 3 km d) 5 km

1.4 L'énergie fournie par le moteur est :

- a) 90000 kJ b) 3000 kJ c) 50000 kJ d) 3500 kJ

1.5 La puissance moyenne développée par le moteur est :

- a) 12 kW b) 250 kW c) 1050 kW d) 150 kW

2- Un point matériel S, de masse $m = 600 \text{ g}$ glisse sur une piste ABC située dans un plan vertical. La partie AB est un quart de cercle de rayon $r = 15\text{cm}$. Sur cette partie AB les frottements sont négligeables. La partie BC est horizontale et $BC=25 \text{ cm}$. Le mobile part de A sans vitesse initiale, il descend et s'immobilise en C à cause des frottements sur la piste BC.

2.1 La vitesse en B est environ égale à :

- a) $1,22 \text{ m/s}$ b) $2,73 \text{ m/s}$

- c) $2,15 \text{ m/s}$ d) $1,73 \text{ m/s}$

2.2 L'expression du carré de la vitesse en M est :

- a) $2gr(1 - \frac{\cos \theta}{2})$ b) $2gr(1 - \cos \theta)$

- c) $gr(1 - \cos \theta)$ d) $2gr \cos \theta$

2.3 Si $\theta=20^\circ$, l'action du support en M sur le point matériel est :

- a) $16,9 \text{ N}$ b) $7,33 \text{ N}$ c) 6 N d) 3 N

2.4 En supposant que la force de frottement sur la partie BC est constante. Sa valeur est :

- a) $3,6 \text{ N}$ b) $1,2 \text{ N}$ c) $3,75 \text{ N}$ d) $1,8 \text{ N}$

2.5 Le module de l'accélération du point matériel sur la partie BC est :

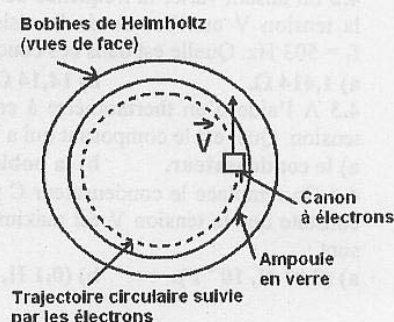
- a) 3 m/s^2 b) $2,5 \text{ m/s}^2$ c) 6 m/s^2 d) 2 m/s^2

3- Pour déterminer le rapport (désigné par e/m) de la valeur absolue de la charge d'un électron sur sa masse, on utilise un appareil schématisé sur la figure ci-contre. Des électrons sont accélérés par un champ électrique E (créé par une tension électrique U appliquée entre deux plaques) dans le canon à électrons dont ils émergent à la vitesse V . Ils sont soumis ensuite à l'action d'un champ magnétique B uniforme créé par deux bobines de Helmholtz, situées dans des plans parallèles et parcourues par un courant d'intensité I . Les électrons décrivent alors une trajectoire circulaire de diamètre $D = 2R$.

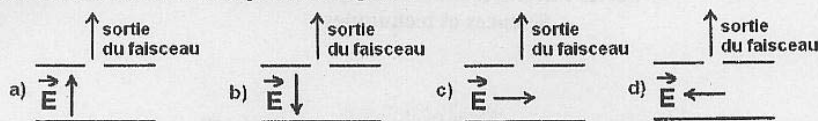
On rappelle les deux relations caractéristiques utiles dans cette analyse :

$$\frac{1}{2} m V^2 = e \cdot U \quad (1)$$

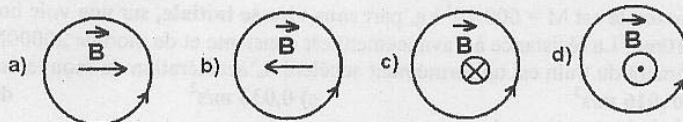
$$m V = e R B \quad (2)$$



3.1 Parmi les schémas ci-dessous, quel est celui qui donne la bonne orientation du champ électrique E qui accélère les électrons comme il est indiqué sur la figure ?



3.2 Parmi les schémas ci-dessous, quel est celui qui donne la bonne orientation du champ magnétique B qui dévie les électrons comme il est indiqué sur la figure (suivant le sens de la flèche) ?



3.3 Dans le dispositif constitué par les bobines de Helmholtz et qui permet de créer un champ magnétique uniforme :

- a) les deux bobines n'ont pas le même rayon ;
- b) la distance entre les bobines est égale au diamètre des bobines ;
- c) les deux bobines sont parcourues par un courant de sens contraire ;
- d) la distance entre les bobines est égale au rayon des bobines.

3.4 Parmi les phrases suivantes, choisir celle qui est correcte :

- a) la valeur de la vitesse V est indépendante de la valeur de la tension U accélératrice ;
- b) les valeurs de la tension U et de la vitesse V sont proportionnelles ;
- c) si la valeur de la tension U est multipliée par 2, la valeur de V l'est aussi ;
- d) la valeur de la vitesse V est proportionnelle à la racine carrée de la valeur de la tension U .

3.5 On a relevé une série de mesures concernant l'intensité I , la tension U et le rayon R . On ne modifie pas la valeur de U , mais on augmente la valeur de l'intensité I . La valeur du rayon R du cercle :

- a) diminue.
- b) augmente.
- c) ne varie pas.
- d) devient infini.

3.6 Pour une deuxième série de mesures, on fixe la valeur de I , puis on diminue la valeur de U . la valeur du rayon R du cercle :

- a) devient infini.
- b) ne varie pas.
- c) augmente.
- d) diminue.

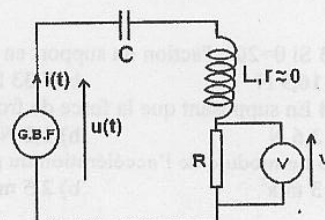
3.7 Quelle est l'expression du rapport e/m en fonction des grandeurs U , B et D ?

- a) $8U/(D^2 \cdot B^2)$.
- b) $4U/(D^2 \cdot B^2)$.
- c) $8U/(D \cdot B)$.
- d) $8U/(D^2 \cdot B)$.

3.8 Sachant que $U = 210$ V, $I = 1,25$ A, $D = 10,1$ cm et le champ B est lié à l'intensité I par la relation $B = 0,78 \cdot I$ (mT). Quelle est la valeur numérique de e/m ?

- a) $1,73 \cdot 10^1$ C.kg⁻¹.
- b) $1,73 \cdot 10^{11}$ C.kg⁻¹.
- c) $17,3 \cdot 10^{11}$ C.kg⁻¹.
- d) $1,73 \cdot 10^{-11}$ C.kg⁻¹.

4. Un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance r négligeable et une résistance R sont placées en série. Aux bornes de la portion de circuit ainsi constituée, on applique une tension sinusoïdale, délivrée par un générateur, de valeur efficace 10 V et de fréquence ajustable.



4.1 Quelle est la valeur maximale de la tension aux bornes du générateur ?

- a) 14,14 V.
- b) 7,07 V.
- c) 10 V.
- d) 5 V.

4.2 En faisant varier la fréquence du signal par le générateur, on constate que la tension V aux bornes de la résistance R , passe par un maximum pour $f_1 = 503$ Hz. Quelle est dans ces conditions la valeur de R si la valeur maximale de l'intensité est 10 mA :

- a) 1,414 Ω .
- b) 14,14 Ω .
- c) 141,4 Ω .
- d) 1414 Ω .

4.3 A l'aide d'un thermomètre à contact, on repère la température des différents composants du circuit sous tension. Quel est le composant qui a la température la plus élevée ?

- a) le condensateur.
- b) la bobine.
- c) la résistance.
- d) aucun.

4.4 On remplace le condensateur C par un second condensateur de capacité $C' = C + C_1$ tel que $C_1 = 5$ μ F. On constate que la tension V est maximale pour $f_2 = 205$ Hz. Les valeurs de l'inductance L et la capacité C (L , C) sont :

- a) (0,01 H, 10^{-6} F).
- b) (0,1 H, 10^{-5} F).
- c) (0,1 H, 10^{-6} F).
- d) (1 H, 10^{-6} F).

Fiche de Réponse pour la partie QCM

Matière : Physique

Séries Bac : Sciences Math (A et B) – Sciences et Techniques

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Pour chaque question, on vous propose quatre réponses : a), b), c) et d). Cochez la réponse juste par une **croix** dans la case correspondante.

Barème : Une réponse juste : +1, une réponse fausse ou pas de réponse ou plus d'une seule réponse : 0.

Numéro de question	Choix				Note
1.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
1.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
1.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
1.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
1.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
2.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.5	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.6	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.7	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
3.8	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.1	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.2	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.3	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	
4.4	a) ☐	b) ☐	c) ☐	d) ☐	

Université Hassan II Casablanca 	Concours d'entrée en 1^{ère} année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES MATHÉMATIQUE A/B Epreuve de mathématique / 1 août 2016	Université Moulay Ismail
Nom :	Signature du candidat	Compostage Ne rien écrire dans ce cadre
Prénom :		
CNE :		

Note : 50	Epreuve de mathématique	Durée : 2h00	Compostage Ne rien écrire dans ce cadre
Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature			

QUESTIONS REPONSES PRECISES : (Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0pts)			
Q1	On suppose que $a_n \neq 1$ pour tout n et que $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$. L'entier strictement positif k étant donné, calculer $Q1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n + a_n^2 + a_n^3 + \dots + a_n^k - k}{a_n - 1}$	Q2	Soit $(u_n)_n$ une suite convergente telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} < u_n < 1$. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que : $X_0 = u_0 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, \quad X_{n+1} = \frac{X_n + u_{n+1}}{1 + X_n u_{n+1}}$ Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} X_n$.
Q3	Soit $z \in \mathbb{C} - \{1\}$. On pose $x = \operatorname{Re}(z)$ et $y = \operatorname{Im}(z)$. Déterminer la relation entre x et y telle que : $z \notin \mathbb{R} \text{ et } \frac{z^2 + z + 1}{z - 1} \in \mathbb{R}$	Q4	Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient : $ z - \alpha = 2z - \alpha $
Q5	Déterminer le domaine de définition, D , de la fonction $f(x) = \tan(\pi \sin(\frac{\pi}{6}x))$.	Q6	Soit P un polynôme à coefficients strictement positifs. Calculer : $Q6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(P(x))}{P(E(x))}$
Q7	Calculer la dérivée d'ordre n de la fonction $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$	Q8	Trouver l'ensemble, $Q8$, de toutes les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x+y) = f(x)f(y)$
Q9	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$. Pour $k \in \mathbb{N}^*$, trouver : $Q9 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{x}{k}\right) \right)$	Q10	Soit $y: x \mapsto y(x)$ la solution de l'équation différentielle : $y' \tan x = y \ln y$, et $y(0) = \pi$ Calculer $Q10 = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} y(x)$
Q11	Évaluer la limite $Q11 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2} - \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	Q12	Soit $a < 1$ et soit h une fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $h(x) = \log_a x - \log_x a$. Calculer $Q12 = (h^{-1})'(0)$.
Q13	Trouver $Q13$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\ln \sin x + \ln \tan x = \ln \cos x $	Q14	Calculer : $Q14 = \lim_{x \rightarrow \pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^x \frac{1}{1 + \sin x - \cos x} dx$
Q15	Soit $k \in \mathbb{Z} - \{3\}$. On pose $A = \frac{(2k^2+5k-2)(4k^2+11k+4)}{k+2}$. Déterminer S l'ensemble des valeurs de k tel que $A \in \mathbb{Z}$	Q16	Calculer : $Q16 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} E\left(\frac{\ln n}{n - \ln n}\right)$

PARTIE QCM : Une réponse juste : + 2pts, Pas de réponse : 0pts, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1pts				
Q17	Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} 1-m & -3 & 4 \\ 4 & -7-m & 8 \\ 6 & -7 & 7-m \end{pmatrix}$ n'est pas inversible	A	B	C
		-1 et 2	Uniquement -1	-1 et -3
		Aucunes des trois réponses		
Q18	Soit f définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = e^{x^2-x+\ln x }$. Alors	A	B	C
		C_f admet une tangente en (0,0)	Sur $[0,1]$, C_f est au-dessus de la droite $y = x$	C_f admet au point (1,1) une tangente de pente 3
		Aucunes des trois réponses		
Q19	Soit $m \in \mathbb{R}^*$. Soit f_m définie par $f(0) = m$ et $f_m(x) = \frac{m}{x^2} e^{\frac{1}{x}} + m$. Soit C_{f_m} sa courbe. Alors :	A	B	C
		f_m n'est pas dérivable à gauche en 0	C_{f_m} et C_{-m} sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées	Pour $m > 0$, on $\max_{[-\infty, 0]} f_m = m(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1)$
		Aucunes des trois réponses		
Q20	Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". Soit l'expérience : « tirer simultanément 5 jetons ». On répète cette expérience 3 fois en remettant à chaque tirage les 5 lettres tirées dans la boîte. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. Soit Y le nombre de fois de former le nom « SMARA » avec les 5 lettres tirées. Quelle est la probabilité pour que l'on ait $Y = 3$	A	B	C
		$\frac{1000}{(1001)^3}$	$\frac{1001}{(1001)^3}$	$\frac{1002}{(1001)^3}$
		$\frac{1003}{(1001)^3}$		
Q21	Une boîte A contient 3 jetons numérotés : 1, 2, 4. Une boîte B contient 6 jetons numérotés : 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton dans A, on lit le nombre a porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans A. On effectue la même opération pour B, soit b le numéro du jeton tiré de B. A ce couple (a, b) on associe le point $M(a, b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$	A	B	C
		$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$
		Aucunes des trois réponses		
Q22	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1,1,1)$ et $B(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}, 0)$ et les trois plans : $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): x-y+z+2=0$ et (H) le plan passant par A et perpendiculaire à (P) et à (Q) . Soit S la sphère de centre B et passant par A. Alors l'intersection de S et (H) est :	A	B	C
		Le cercle de centre $(\frac{-1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ et de rayon $\sqrt{\frac{55}{8}}$	Le plus grand cercle dans la sphère	L'ensemble vide
		Aucunes des trois réponses		
Q23	Soit n , un entier naturel non nul et $(I_n)_n$ la suite définie par : $I_n = \int_1^0 x e^{-nx^2} dx$. Choisir la bonne réponse :	A	B	C
		$I_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e^n} \right) \left(1 + \frac{1}{e^n} \right)$	$(I_n)_n$ est minoré par $\frac{-1}{2}$	$(I_n)_n$ Converge vers 0
		Aucunes des trois réponses		
Q24	Soit l'équation $(E): \sin(x) = \cos(2x)$. On cherche le nombre de solutions de (E) appartenant à $[0, 2\pi]$:	A	B	C
		Une solution	Deux solutions	trois solutions
		Plus que quatre solutions		
Q25	Dans $\mathbb{R}^4$ muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{l})$, on considère l'espace vectoriel F défini par : $F = \{t\vec{l}(x, y, z, t) / x+y+z+t=0\}$. La dimension de F , noté $\dim(F)$, est :	A	B	C
		1	2	3
		4		

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filière Sciences Mathématiques A et B
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition P : " $\forall a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de la proposition P .	$\bar{P}$: P est
Q2	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1 ?	
Q3	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S =$
Q4	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$, et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z =$ $\theta =$
Q5	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3^{\cos(x)} + 3^{\cos(\pi-x)+1} \leq 2\sqrt{3}$.	$S =$
Q6	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$.	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
Q7	Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x > 0$ et $g(0) = a \in \mathbb{R}$. Déterminer la valeur de a pour que g soit continue sur $[0, +\infty[$.	$a =$ $?$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =$ $f^{-1}(x) =$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) =$
Q10	Calculer, en utilisant les sommes de Riemann, la limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$.	$\lim_n u_n =$
Q11	Soient $f(x) = \frac{x}{1+x^2} - \text{Arctan}(x)$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$.	$A =$
Q12	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n =$
Q13	Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe passe par $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 =$
Q14	Soit S la sphère d'équation cartésienne: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent $\mathcal{P}$ à S au point $O(0,0,0)$.	$(E):$
Q15	Sachant que $10^{3n} \equiv 1[27]$, $\forall n \in \mathbb{N}$, déterminer le reste r de la division euclidienne de $10^{100} + 100^{10}$ par 27.	$r =$
Q16	Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $x^2 - 2y^2 + xy + 2 = 0$	$S =$
Q17	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P =$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = - 1pt

Q18. Soit $M_3(\mathbb{R})$ l'espace des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels. La matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ vérifie :

☐ $A^3 \neq 2I$	☐ A non inversible	☐ $\{I, A^3\}$ libre dans $M_3(\mathbb{R})$	☐ A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{2}A^2$
--	---	--	--

Q19. Soient l'espace vectoriel réel $E = \{f: x \mapsto (ax + b)e^{2x}; a, b \in \mathbb{R}\}$ et f_1 et f_2 les deux éléments de E définies par : $f_1(x) = e^{2x}$ et $f_2(x) = xe^{2x}$. Soit $B = \{f_1, f_2\}$ et $g: x \mapsto \int_0^x \left(t + \frac{1}{2}\right) e^{2t} dt$. Alors

☐ les vecteurs f_1 et f_2 sont liés	☐ $g \notin E$	☐ B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $\left(0, \frac{1}{2}\right)$	☐ B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, 1)$
--	---------------------------------------	--	---

Q20. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: "\exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B"$. Alors

☐ $(1, 0) \in D$ et P est vraie	☐ $(0, 1) \in D$ et P est vraie	☐ P est fausse	☐ aucune des trois réponses
--	--	---	--

Q21. Soit $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ strictement monotone telle que $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. L'équation : $f(x) = 1 - x^n, n \geq 1$

☐ n'a pas de solution	☐ admet deux solutions distinctes	☐ admet une solution unique	☐ aucune des trois réponses
--	--	--	--

Q22. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

☐ f bornée au voisinage de $-\infty$	☐ f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$	☐ f bornée au voisinage de $+\infty$	☐ aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q23. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative C_f de f

☐ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$	☐ admet une asymptote oblique en $+\infty$	☐ est au-dessus de la droite $y = 0$	☐ aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q24. L'équation $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 1$ admet dans $[-\pi, \pi]$

☐ une infinité de solutions	☐ 8 solutions	☐ 4 solutions	☐ aucune solution
--	--------------------------------------	--------------------------------------	--

Q25. Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Alors le nombre $N = a^4 + 4b^4$ vérifie :

☐ $N < (a - b)^2 + b^2$	☐ $N < (a + b)^2 + b^2$	☐ N est premier	☐ N n'est pas premier
--	--	--	--

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filière Sciences Mathématiques A et B
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

مكتبة أنيسوار
سراجان 2 س 13 - مكناش
هاتف وفاكس 05 35 46 66 92

Questions	Réponses
Q1 Soit la proposition $P: " \forall a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} \geq 2 "$. Donner la négation et le tableau de vérité de la proposition P .	$\bar{P}: " \exists a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} < 2 "$ P est vraie
Q2 Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1 ?	$4 \times 8^3 = 2048$
Q3 Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S = -1/2$
Q4 Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$, et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z = [1, \pi/3]$ $\theta = \pi/3$
Q5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3^{\cos(x)} + 3^{\cos(\pi-x)+1} \leq 2\sqrt{3}$.	$S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
Q6 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$.	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3/4$
Q7 Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x > 0$ et $g(0) = a \in \mathbb{R}$. Déterminer la valeur de a pour que g soit continue sur $[0, +\infty[$.	$a = 1$
Q8 Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =]0, +\infty[$ $f^{-1}(x) = -\ln(e^x - 1)$
Q9 Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) = \ln(\ln(x)) + 1$
Q10 Calculer, en utilisant les sommes de Riemann, la limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$.	$\lim_n u_n = \pi/4$
Q11 Soient $f(x) = \frac{x}{1+x^2} - \text{Arctan}(x)$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$.	$A = \pi/4 - \ln(2)$
Q12 Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx, \forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n = 0$
Q13 Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe passe par $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 = \sin^2(x) + \sqrt{2} \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x)$
Q14 Soit $\mathcal{S}$ la sphère d'équation cartésienne: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent $\mathcal{P}$ à $\mathcal{S}$ au point $O(0,0,0)$.	$(E): x + y = 0$
Q15 Sachant que $10^{3n} \equiv 1[27], \forall n \in \mathbb{N}$, déterminer le reste r de la division euclidienne de $10^{100} + 100^{10}$ par 27.	$r = 2$
Q16 Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $x^2 - 2y^2 + xy + 2 = 0$	$S = \{(0,1), (0,-1), (-1,1), (1,1)\}$
Q17 Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P = \frac{98}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{294}{10000}$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = - 1pt

Q18. Soit $M_3(\mathbb{R})$ l'espace des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels. La matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ vérifie :

- | | | | |
|--|---|--|---|
| ☐ $A^3 \neq 2I$ | ☐ A non inversible | ☐ $\{I, A^3\}$ libre dans $M_3(\mathbb{R})$ | ☒ A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{2}A^2$ |
|--|---|--|---|

Q19. Soient l'espace vectoriel réel $E = \{f: x \mapsto (ax + b)e^{2x}; a, b \in \mathbb{R}\}$ et f_1 et f_2 les deux éléments de E définies par : $f_1(x) = e^{2x}$ et $f_2(x) = xe^{2x}$. Soit $B = \{f_1, f_2\}$ et $g: x \mapsto \int_0^x \left(t + \frac{1}{2}\right) e^{2t} dt$. Alors

- | | | | |
|--|---------------------------------------|--|---|
| ☐ les vecteurs f_1 et f_2 sont liés | ☐ $g \notin E$ | ☒ B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, \frac{1}{2})$ | ☐ B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, 1)$ |
|--|---------------------------------------|--|---|

Q20. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: " \exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B "$. Alors

- | | | | |
|--|--|--|--|
| ☐ $(1, 0) \in D$ et P est vraie | ☐ $(0, 1) \in D$ et P est vraie | ☒ P est fausse | ☐ aucune des trois réponses |
|--|--|--|--|

Q21. Soit $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ strictement monotone telle que $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. L'équation : $f(x) = 1 - x^n, n \geq 1$

- | | | | |
|--|--|--|---|
| ☐ n'a pas de solution | ☐ admet deux solutions distinctes | ☐ admet une solution unique | ☒ aucune des trois réponses |
|--|--|--|---|

Q22. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

- | | | | |
|---|---|--|--|
| ☐ f bornée au voisinage de $-\infty$ | ☐ f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$ | ☒ f bornée au voisinage de $+\infty$ | ☐ aucune des trois réponses |
|---|---|--|--|

Q23. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative C_f de f

- | | | | |
|--|---|---|--|
| ☒ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$ | ☐ admet une asymptote oblique en $+\infty$ | ☐ est au-dessus de la droite $y = 0$ | ☐ aucune des trois réponses |
|--|---|---|--|

Q24. L'équation $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 1$ admet dans $[-\pi, \pi]$

- | | | | |
|--|--------------------------------------|---|--|
| ☐ une infinité de solutions | ☐ 8 solutions | ☒ 4 solutions | ☐ aucune solution |
|--|--------------------------------------|---|--|

Q25. Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Alors le nombre $N = a^4 + 4b^4$ vérifie :

- | | | | |
|--|--|--|---|
| ☐ $N < (a - b)^2 + b^2$ | ☐ $N < (a + b)^2 + b^2$ | ☐ N est premier | ☒ N n'est pas premier |
|--|--|--|---|

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fautive = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^4+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^4+n}}$	$\lim_n u_n =$	
Q2 2pt	Déterminer, dans $[0, 2\pi]^2$, l'ensemble S des solutions du système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S =$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}} \right)^{42}$	$z =$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz+1)(z+i-1) \in i\mathbb{R}$	Γ est	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D =$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n =$	
Q7 2pt	Calculer $\ell = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(1 + 2 + 3 + \dots + E\left(\frac{1}{ x }\right) \right)$	$\ell =$	
Q8 2pt	Évaluer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}{x}$	$j =$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que: $\forall (x, y) \in \mathbb{R}, f(x^4 + y) = x^3 f(x) + f(y)$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots, \dots$ $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer $K = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{\text{Arctan}(x)}{x^2} dx$	$K =$	
Q13 2pt	calculer l'intégrale $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$L =$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) =$	
Q15 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^2 - y^2 = 404$	$S =$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt.

Q16: Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2m \\ 1 & -m+1 & 1 \\ 2 & 3 & m \end{pmatrix}$ est inversible:

- A ☐ -1 et un nombre négatif B ☐ uniquement -1 C ☐ -1 et un nombre positif D ☐ -1 et $1/2$

Q17: Sur $[0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A ☐ toujours positive B ☐ positive puis négative puis positive C ☐ négative puis positive D ☐ aucunes des trois réponses

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\frac{1+\ln x}{1-\ln x}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A ☐ une asymptote oblique en $+\infty$ B ☐ en $x = e$ une demi tangente à gauche C ☐ en $x = e$ une demi tangente à droite verticale D ☐ aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A ☐ $\frac{1}{6006}$ B ☐ $\frac{10}{1001}$ C ☐ $\frac{50}{14^5}$ D ☐ aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A ☐ 0,5 B ☐ 0,25 C ☐ 0,75 D ☐ 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètre est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1,-1)$ est:

- A ☐ $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ B ☐ $4x + 3y + 2z - 5 = 0$ C ☐ $2x + 2y - z - 5 = 0$ D ☐ $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$. Alors

- A ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = +\infty$ B ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = 0$ C ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = 1$ D ☐ aucunes des trois réponses

Q23: Soit E l'espace vectoriel défini par: $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, x + y + z + t = 0 \text{ et } 2x + y = 0\}$. Quelle est la dimension de E ?

- A ☐ 1 B ☐ 2 C ☐ 3 D ☐ aucunes des trois réponses

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $[0, \frac{2\pi}{3}]$?

- A ☐ Cinq solutions B ☐ Six solutions C ☐ Sept solutions D ☐ Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right)$$

- A ☐ 0 B ☐ 1 C ☐ $+\infty$ D ☐ cette limite n'existe pas

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fausse = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^4+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^4+n}}$	$\lim_n u_n = 1$	
Q2 2pt	Déterminer, dans $[0, 2\pi]^2$, l'ensemble S des solutions du système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S = \left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right) \text{ et } \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{42}$	$z = -1$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz+1)(z+i-1) \in \mathbb{R}$	Γ est ... $y = \frac{1}{1-2x}$	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D = \frac{\sin a}{2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)}$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n = 1 - \frac{1}{(n+4)!}$	
Q7 2pt	Calculer $\ell = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(1 + 2 + 3 + \dots + E\left(\frac{1}{ x }\right)\right)$	$\ell = \frac{1}{2}$	
Q8 2pt	Évaluer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}{x}$	$j = \frac{1}{12}$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que: $\forall (x, y) \in \mathbb{R}, f(x^4 + y) = x^3 f(x) + f(y)$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}^+$ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots, \dots$ $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer $K = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{\text{Arctan}(x)}{x^2} dx$	$K =$	
Q13 2pt	calculer l'intégrale $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$L = \frac{\pi}{4}$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) = (K_1 \cos 3x + K_2 \sin 3x) e^{-x} + \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{36} \cos 3x$	
Q15 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^2 - y^2 = 404$	$S = (54, 50); (102, 100); (203, 201)$	

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : 2. : 3. : 4. :
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots\dots\dots$
Mettre sous la forme $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) le nombre complexe: $z = \left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2 + \frac{3+6i}{3-4i}$	$z = (\dots\dots\dots) + i(\dots\dots\dots)$
Calculer $n = \text{card}(E)$ avec $E = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1, 2\}))$	$n = \dots\dots\dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots\dots\dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$	$B_n = \dots\dots\dots$
On considère un segment $[A, B]$ de longueur a . Soit M_1 le milieu de $[A, B]$, M_2 le milieu de $[B, M_1]$, M_3 le milieu de $[M_1, M_2]$, M_4 le milieu de $[M_2, M_3]$, etc. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, M_{n+2} est le milieu de $[M_n, M_{n+1}]$. Exprimer la longueur AM_n en fonction de n	$AM_n = \dots\dots\dots$

Questions	Réponses
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \dots\dots\dots$
Déssiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots\dots\dots$
Trouver tous les polynômes P vérifiant $P(2t) = P'(t)P''(t) \quad \forall t \in \mathbb{R}$	$S = \dots\dots\dots$
On considère une fonction h dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
Soit f la fonction réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$. On note par g la fonction réciproque de f . Calculer $g'(1)$.	$g'(1) = \dots\dots\dots$
Déterminer a, b, c et d (4 réels) pour que $\forall x > 0$, $\frac{a}{x+b} \leq \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \leq \frac{c}{x+d}$	$a = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $d = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$I = \dots\dots\dots$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots\dots\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre (0, 1, ..., 9) 6 fois et 2 opérations (+, -, ×, ÷) ?	100 = $\dots\dots\dots$

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancaï.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : ..Vraie.. 2. : ..faux.. 3. : ..faux.. 4. : ..Vraie..
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \{(-2, 4)\}$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \{(1, 3, 5)\}$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \{\emptyset\}$
Mettre sous la forme $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) le nombre complexe: $z = \left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2 + \frac{3+6i}{3-4i}$	$z = \left(\dots - \frac{23}{25} \dots\right) + i\left(\dots \frac{36}{25} \dots\right)$
Calculer $n = \text{card}(E)$ avec $E = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1, 2\}))$	$n = 2^4 = 16$
Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \frac{n(n+1)(4n-1)}{6}$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$	$B_n = \frac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)}$
On considère un segment $[A, B]$ de longueur a . Soit M_1 le milieu de $[A, B]$, M_2 le milieu de $[B, M_1]$, M_3 le milieu de $[M_1, M_2]$, M_4 le milieu de $[M_2, M_3]$, etc. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, M_{n+2} est le milieu de $[M_n, M_{n+1}]$. Exprimer la longueur AM_n en fonction de n	$AM_n = \frac{AB}{2} \dots + AB \cdot \left(\sum_{i=2}^n (-1)^i \cdot \frac{1}{2^i}\right)$

Questions	Réponses
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \begin{cases} 2x+2 & x \leq 0 \\ 2x^2+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2 & x > 3 \end{cases}$
Déssiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	(voir concours 2013 sc.exp)
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots\dots\dots$
Trouver tous les polynômes P vérifiant $P(2t) = P'(t)P''(t) \forall t \in \mathbb{R}$	$S = \dots\dots\dots$
On considère une fonction h dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
Soit f la fonction réelle définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$. On note par g la fonction réciproque de f . Calculer $g'(1)$.	$g'(1) = \dots\dots\dots$
Déterminer a, b, c et d (4 réels) pour que $\forall x > 0$, $\frac{a}{x+b} \leq \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \leq \frac{c}{x+d}$	$a = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $d = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$I = \dots 415 \dots 12 \dots$ (voir 2013 sc.exp)
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots 5 \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = ... 6 ... mouchoirs ... / jour ...
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots 50g \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre (0, 1, ..., 9) 6 fois et 2 opérations (+, -, ×, ÷) ?	$100 = \dots 99 \dots + \dots 99 \dots / \dots 99 \dots\dots\dots$

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

Questions à réponse précise, Partie A

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos^4(4x) - \sin^4(4x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a + ib$	
Calculer $C = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ avec $x \in E$, trouver $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle $\widehat{BAC}$ en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels multiples de 3 entre 0 et x ?	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $\forall x \in [a, b], f(a+b-x) = f(x)$. on pose $I = \int_a^b f(x)dx$ et $J = \int_a^b xf(x)dx$. Calculer J en fonction I .	
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de $E : A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$	
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1 . Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	
On note $u_n = 25^n + 2^{3n+4}$. Trouver $a, b \in \mathbb{Z}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$	
Calculer $D = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	
Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. Soit k un entier compris entre 1 et n . Utiliser l'égalité $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$ pour calculer S_n .	
Soit x un réel et $E(x)$ la partie entière de x . Déterminer $F = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{E(x) + E(2x) + E(3x) + \dots + E(nx)}{n^2}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Le 1 ^{er} juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste $\mathcal{A}$ qui apparaît tout les 51 jours. Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste $\mathcal{B}$, qui apparaît tout les 72 jours. A quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps?	
Déterminer un cercle de centre Ω et de rayon R tangent aux trois droites d'équations respectives : $y = 2x + 1, y = 2x + 7$ et $y = -\frac{1}{2}x$	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès
CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

Questions à réponse précise, Partie A

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	$f(x+4\pi) = \sin\left(2\pi + \frac{x}{2}\right) + \cos(x+4\pi)$ $= f(x)$ $\Rightarrow T = 4\pi$
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos^4(4x) - \sin^4(4x) = 1$	$S = \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	$a = b = 16$
Calculer $C = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	$C = +\infty$
Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	$g'(x) = 4x f(x^2) \cdot f'(x^2) g(x)$
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ avec $x \in E$, trouver $f(E)$	$f(E) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	$\max_{x \in [-1, 1]} f(x) = 3$ $\min_{x \in [-1, 1]} f(x) = 0$
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle $\widehat{BAC}$ en radian	$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = 0,02$ $\widehat{BAC} = 1,55 \text{ rad}$
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels multiples de 3 entre 0 et x ?	Le nombre des entiers multiples de 3 entre 0 et x est : $E\left(\frac{x}{3}\right) + 1$
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	Le quotient : $x^3 - 2x^2 - 14x - 63$ Le reste : $-268x + 264$

Questions à réponse précise, Partie B

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $\forall x \in [a, b], f(a+b-x) = f(x)$. on pose $I = \int_a^b f(x)dx$ et $J = \int_a^b xf(x)dx$. Calculer J en fonction I .	$u = a+b-t$ $J = \int_a^b xf(x)dx = \int_b^a (a+b-t)f(t)dt$ $= (a+b)I - J$ $\Rightarrow J = \frac{a+b}{2} I$
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A \Delta B$, le sous-ensemble de $E : A \Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A \Delta E$ et $A \Delta C_E^A$	$A \Delta \bar{A} = A \Delta C_E^A = \Omega$ $A \Delta E = (A \cup \Omega) \setminus (A \cap \Omega) = \Omega \setminus A = \bar{A}$
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	On a $S(u) = (\frac{1}{2} - u)\sqrt{u - \frac{1}{4}}$ et sur $]\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ $S'(u) = \frac{1-3u}{\sqrt{4u-1}}, S'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \frac{1}{3}$ $AB = AC = BC = \frac{1}{3}$
On note $u_n = 25^n + 2^{3n+4}$. Trouver $a, b \in \mathbb{Z}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$	$a = 33 \text{ et } b = -200$
Calculer $D = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	$D = \sqrt{2} \ln(\sqrt{2} - 1)$
Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. Soit k un entier compris entre 1 et n . Utiliser l'égalité $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$ pour calculer S_n .	$S_n = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
Soit x un réel et $E(x)$ la partie entière de x . Déterminer $F = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{E(x) + E(2x) + E(3x) + \dots + E(nx)}{n^2}$	$F = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{x}{2}$
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	$(0,50); (1,40); \dots; (50,0)$, Par suite le nombre de façon est : 51 façons
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3$
Le 1 ^{er} juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste A qui apparaît tout les 51 jours. Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste B , qui apparaît tout les 72 jours. A quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps?	On pourra observer simultanément les deux corps le: 31 octobre 2012
Déterminer un cercle de centre Ω et de rayon R tangent aux trois droites d'équations respectives : $y = 2x + 1, y = 2x + 7$ et $y = -\frac{1}{2}x$	$\Omega(-1, 2) \text{ et } R = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ $\Omega(-\frac{11}{5}, -\frac{2}{5}) \text{ et } R = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))	
Questions	Réponses
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (a) Toute application injective d'un ensemble dans lui même est bijective (b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$ (c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ (d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$ (e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel	
Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes : (a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$ (b) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E (c) La fonction h, définie sur $\mathbb{R}$, atteint toutes les valeurs de $\mathbb{N}$ (d) Tout réel possède une racine carré dans $\mathbb{R}$ (e) Etant donnés trois réels, il y en a au moins deux de même signe	

Questions à réponse précise, Partie II

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Déterminer l'ensemble des polynômes P tels que $P(x^2) = (x^2 + 1)P(x)$	
Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $198x + 216y = 36$	
E, F et G étant trois ensembles finis exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles $E, F, G, E \cap F, E \cap G, F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	
Exprimer à l'aide d'intervalles de $\mathbb{R}$ l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples $+, -, *, /$	
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$	
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées : $A(2, 4), B(-2, 1)$ et $C(4, 3)$. On note d la distance du point A à la droite (BC) . Donner la valeur de d .	
Calculer la limite de la suite dont le terme général est donné par : $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}, u_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$	

Questions à réponse précise, Partie III

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $ E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x	
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$	
Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{2e^x+1}{1-e^x}$	
Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1 $	
On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$	
Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ Calculer $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ avec $x \in I$	
Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$	
Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x $ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	
Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))	
Questions	Réponses
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (a) Toute application injective d'un ensemble dans lui même est bijective (b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$ (c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ (d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$ (e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel	a) fausse. exp: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_x$ est injective mais pas bijective, 0 n'a pas d'antécédant dans $\mathbb{R}$. b) fausse. $D_{\frac{x-1}{\ln(x-1)}} =]1, 2[\cup]2, +\infty[$ c) fausse. $A=B=\mathbb{R}, C=\mathbb{R}^+$ $(A \cup B) \cap C = \mathbb{R}^+ \quad A \cup (B \cap C) = \mathbb{R}$ d) vraie e) fausse, $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ sont irrationnels mais leur somme qui est nulle n'est pas irrationnel.
Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes : (a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$ (b) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E (c) La fonction h, définie sur $\mathbb{R}$, atteint toutes les valeurs de $\mathbb{N}$ (d) Tout réel possède une racine carré dans $\mathbb{R}$ (e) Etant donnés trois réels, il y en a au moins deux de même signe	1. La proposition se traduit par: $\exists K \in \mathbb{R}, \forall x \in [0, 5] : f(x) = K$ 2. La proposition se traduit par: $\exists (a, b) \in E^2 / g(a) = g(b) \text{ et } a \neq b$ 3. La proposition se traduit par: $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) \in \mathbb{N}$ 4. La proposition se traduit par: $\forall b \in \mathbb{R}, \exists a \in \mathbb{R} / b = a^2$ 5. La proposition se traduit par: $\forall (a, b, c) \in \mathbb{R}^3 / ab \geq 0 \text{ ou } bc \geq 0 \text{ ou } ac \geq 0$

Questions à réponse précise, Partie III

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	$S = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $ E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x	$S =]-4, -3] \cup [3, 4[$
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$	
Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f , définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 - e^x}$	
Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1 $	
On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$	$I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$
Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ x e^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ Calculer $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ avec $x \in I$	$F(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{2} + \ln \frac{1+x^2}{5}$
Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$	$\int t^3 \cos(t^2) dt = \frac{1}{2} t^2 \sin(t^2) + \frac{1}{2} \cos(t^2) + K$
Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x $ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} \ln(2 x) & x \in]-\frac{1}{2}, 0[\cup]0, \frac{1}{2}[\\ 4x^2 - 1 & x \in]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[\end{cases}$
Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?	$\beta \in [0, 2]$

Questions à réponse précise, Partie II

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Déterminer l'ensemble des polynômes P tels que $P(x^2) = (x^2 + 1)P(x)$	$\mathcal{E} = \{a(x^2 - 1) / a \in \mathbb{R}\}$
Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $198x + 216y = 36$	$S = \{(-2 + 12K, 2 - 11K) / K \in \mathbb{Z}\}$
E, F et G étant trois ensembles finis exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles $E, F, G, E \cap F, E \cap G, F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	$\text{Card}(E \cup F \cup G) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) + \text{Card}(G) - \text{Card}(E \cap F) - \text{Card}(E \cap G) - \text{Card}(F \cap G) + \text{Card}(E \cap F \cap G)$
Exprimer à l'aide d'intervalles de $\mathbb{R}$ l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	$A = [2, 4] \cup [-4, -2]$
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	$6 \div (1 - 5 \div 7) = 6 \div \frac{2}{7} = 21$
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$	$B = \left[\sqrt{2}, \frac{7\pi}{12}\right]^{24} = \left[2^{12}, 14\pi\right] = 2^{12} = 4096$
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	$\alpha = \frac{2}{15} \left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n\right) + \frac{27}{10} \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n\right)$
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	$\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7) = n(n + 8)$
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées : $A(2, 4), B(-2, 1)$ et $C(4, 3)$. On note d la distance du point A à la droite (BC) . Donner la valeur de d .	$d = d(A, (BC)) = \frac{ 2 - 12 + 5 }{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$
Calculer la limite de la suite dont le terme général est donné par : $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}, u_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$

5. Montrer que $\frac{\ln 2}{\ln 3}$ est un irrationnel. (3Pts)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

6. On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définies comme suit :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = \sqrt{u_{n+1}v_n} \end{cases}$$

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq v_n$. (3Pts)

[illegible]

7. On considère trois ensembles A , B et C . Montrer que (3Pts)

$$(A \cup B \subset A \cup C \text{ et } A \cap B \subset A \cap C) \implies B \subset C$$

8. Soit f une fonction strictement monotone, dérivable et à dérivée continue sur $[a, b]$. Montrer que (3Pts)

$$\int_a^b f(x) dx = bf(b) - af(a) - \int_{f(a)}^{f(b)} f^{-1}(x) dx$$

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne réponse	
Question	Réponse
Définir à l'aide d'une valeur absolue les encadrements suivants : $x \in [-3, 5]$ et $x \in [2, 7]$ (2Pts)	
On considère la fonction $f(x) = \min(x^2, 3)$, donner $f(\mathbb{R})$, $f([-1, 1])$ et $f^{-1}([-1, 4])$ (3Pts)	
Soit $x \in [-2, 1]$ et $y \in [2, 3]$, donner des encadrements des quantités suivantes : $x - y$, $-2x + y$ et xy (3Pts)	
Déterminer la valeur de $A = E(x) + E(-x)$ avec $E(\cdot)$ est la partie entière (2Pts)	
A l'aide des quantificateurs, écrire les propositions suivantes et préciser celles qui sont vraies: (a) Aucun entier n'est supérieur à tous les autres. (2Pts) (b) Il existe un entier multiple de tous les autres. (2Pts) (c) Certains réels sont supérieurs à leurs carrés. (2Pts)	
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (a) $(\forall x \in \mathbb{R}, x < 0) \implies (\sqrt{x^2} = -x)$. (1Pt) (b) $\exists x \in \mathbb{R}^*, \forall y \in \mathbb{R}^*, \forall z \in \mathbb{R}^* z = xy$. (1Pt) (c) $\forall x > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ on a $\frac{1+nx}{\ln(nx)} \in \mathbb{R}$. (1Pt)	
$f(x) = \frac{x}{1+ x }$ avec $x \in \mathbb{R}$, la fonction f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $] -1, 1[$. Déterminer f^{-1} . (2Pts)	

Questions à réponse précise, Partie II

Répondre dans la colonne réponse	
Question	Réponse
Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout réel $x \neq -1$, on a $\frac{x^2}{x+1} = ax + b + \frac{c}{x+1}$ (2Pts)	
Calculer la dérivée de (2Pts) $g(x) = \sin \left(\ln \left(\frac{\exp(2x) + 1}{\exp(2x) + 3} \right) \right)$	
On considère la fonction f définie par $f(x) = -x + 7 + 6 \ln(2x + 1) - 6 \ln(2x + 2).$ sur $\left] \frac{-1}{2}, +\infty \right[$, étudier la position de la courbe (C_f) de f par rapport à la droite (Δ) d'équation $y = -x + 7$ (1Pt)	
Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable vérifiant $f(0) = f(1)$. On définit g sur $[0, 1]$ par $g(x) = \begin{cases} f(2x) & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ f(2x-1) & \text{si } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$ Quelles hypothèses faut-il rajouter pour que g soit dérivable sur $[0, 1]$? (2Pts)	
Calculer $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$. (2Pts)	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$. (2Pts)	
Soit p et q deux réels non nuls, on considère l'équation $x^2 + px + q = 0$ (*). Trouver les valeurs de p et q pour lesquelles p et q sont solutions de l'équation (*). (2Pts)	
Eliminer 13 chiffres sur 21 de telle sorte que la somme des 8 chiffres restant soit égale à 41 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 8 8 8 8 8 8 8 (2Pts)	

Concours d'accès en Première année Epreuve de Mathématiques

Séries Sciences Mathématiques A et B et Sciences & Techniques

Durée : 3 heures 30 min

Exercice 1 (10 pts):

Pour chacune des questions qui suivent, dire, sans justification, si elle est vraie ou fausse. Pour chacune des questions, il est compté un point si la réponse est exacte et zéro sinon.

1. Soient les expressions logiques

$$(*) \quad p \Rightarrow (q \Rightarrow (\text{non}(r)))$$

$$(**) \quad (\text{non}(q)) \text{ ou } (\text{non}(r)) \text{ ou } (\text{non}(p)).$$

1.1. On a : $(*) \Leftrightarrow (**)$.

1.2. L'expression $(*)$ est vraie dans le cas où l'on a l'expression : $(p \text{ ou } r)$ est fausse.

2. Soient les quantificateurs Q_1, Q_2 et $Q_3 \in \{\exists; \forall\}$ et l'expression

$$(***) \quad Q_1 x \in \mathbb{N}, \quad Q_2 y \in \mathbb{N}, \quad Q_3 z \in \mathbb{N}, \quad x = yz.$$

(***) n'est vraie que dans un seul cas.

3. Soient A, B et C trois ensembles quelconques.

3.1. On a toujours $(A \cup B) \setminus (A \cup C) \subset A \cup (B \setminus C)$.

3.2. On n'a jamais $(A \cup B) \setminus (A \cup C) = A \cup (B \setminus C)$.

4. Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 10$

4.1. $(2 - x)$ divise $P(x)$.

4.2. $(2 - i)$ et $(2013 - i)$ sont des racines de $P(x)$.

5. Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue en 0 et en 1 et telle que $f(x^2) = f(x)$, alors f est constante.

6. Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue et périodique alors f n'est pas bornée.

7. Soit $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ continue et telle qu'il existe $k \in \mathbb{R}$ t.q. : $0 \leq f(x) \leq k \int_0^x f(t)dt$ alors $f \equiv 0$.

Exercice 2 (10 pts):

A (8 pts). « Deux fonctions continues qui commutent se recoupent forcément. »

Soient f et g deux fonctions continues de $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ et commutant par composition c.à.d. : $f \circ g = g \circ f$.

1. Soit la fonction $h(x) = f(x) - x$. Montrer qu' $\exists a \in [0,1]$ t.q. $h(a) = 0$. On dit alors que a est un point fixe de la fonction f .

Hypothèse H : On suppose qu'il n'existe aucun $l \in [0,1]$ t.q. $f(l) = g(l)$.

2. Soit $\varphi: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ t.q. $\varphi(x) = f(x) - g(x)$. Montrer que φ est de signe constant.

3. Soit la suite $(u_n)_n$ définie par la donnée $u_0 = a$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

3.1. Montrer que $(u_n)_n$ est bornée.

3.2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ u_n est un point fixe de f .

3.3. Montrer que $(u_n)_n$ est monotone et en déduire l'existence d'un certain $l \in [0,1]$ tel que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = l$$

4.

- 4.1. Montrer que $f(l) = l$ et que $g(l) = l$
4.2. Conclure.

B (2 pts). « On ne peut être dépassé par moins rapide que soi »

Soient deux fonctions continues et dérivables f et g de $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}^+$ décrivant les trajectoires de deux corps désignés par M_1 et M_2 dans le plan (O, x, y) , le temps étant représenté par la variable x . On suppose qu'à l'instant initial $x = 0$ les deux corps partent du même endroit c.à.d. $f(0) = g(0)$ et que M_2 se déplace en tout instant plus vite que M_1 c.à.d. $f'(x) \leq g'(x) \quad \forall x \in [0,1]$. Montrer alors que M_1 ne peut jamais dépasser M_2 c.à.d. $f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in [0,1]$.

Exercice 3 (9 pts):

Notations : Soient a et b deux entiers dans $\mathbb{N}^*$, on note $b|a$ si b est un diviseur de a et on définit $D_a = \{d \in \mathbb{N}^* : d|a\}$ l'ensemble des diviseurs de a . On note, enfin, $a \wedge b$ le plus grand commun diviseur de a et b qui vaut le plus grand élément de l'ensemble $D_a \cap D_b$.

- Montrer que $D_{a \wedge b} = D_a \cap D_b$.
- Montrer que $\forall a, b, c \in \mathbb{N}^* \quad (a \wedge b) \wedge c = (a \wedge (b \wedge c))$.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^n k^3$. Montrer que $S_n = (\sum_{k=1}^n k)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.
- Soit un entier $p \in \mathbb{N}^*$ quelconque.
 - Calculer $S_{2p} \wedge S_{2p+1}$.
 - Calculer $S_{2p+1} \wedge S_{2p+2}$.
 - Calculer $S_{2p} \wedge S_{2p+1} \wedge S_{2p+2}$.
 - Calculer $S_{2p+1} \wedge S_{2p+2} \wedge S_{2p+3}$.
- Calculer $(S_n \wedge S_{n+1}) \wedge S_{n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Problème 1 (22 pts):

Partie A : Questions préliminaires (7 pts)

- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite dans $\mathbb{Z}$ supposée convergente vers $l \in \mathbb{R}$.
 - Montrer qu'il existe $m \in \mathbb{N}$ t.q. $\forall n \geq m \quad |u_n - l| < \frac{1}{4}$.
 - Montrer que $\forall n \geq m \quad |u_n - u_{n+1}| < \frac{1}{2}$.
 - En déduire que $(u_n)_{n \geq m}$ est constante.
« On a montré que si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite dans $\mathbb{Z}$ convergente alors elle est stationnaire. »
- Soient f une fonction continue et positive et F sa primitive sur $[a, b]$ c.à.d. $\int_a^x f(t)dt = F(x)$.
 - Montrer que F est croissante.
 - Supposons qu' $\exists x_0 \in [a, b]$ t.q. $f(x_0) > 0$, montrer alors qu'il existe un intervalle $I \subset [a, b]$ tel que $x_0 \in I$ et vérifiant $f(x) > 0 \quad \forall x \in I$.
 - Déduire de 2.1 et 2.2 que si $f \geq 0$ telle que $\int_a^b f(t)dt = 0$ alors $f \equiv 0$.
 - Soit $M \in \mathbb{R}^+$ t.q. $f \leq M$ et g une autre fonction continue et positive sur $[a, b]$. Montrer que $\int_a^b f(t)g(t)dt \leq M \int_a^b g(t)dt$.

Partie B (7 pts):

Soient p, q et $n \in \mathbb{N}^*$. On définit $P_n(X) = \frac{1}{n!} (qX - p)^n X^n$ et $I_n = \int_0^\pi P_n(x) \sin(x) dx$.

1. Montrer que $P_n(0)$ et $P_n\left(\frac{p}{q}\right)$ sont dans $\mathbb{Z}$.

2. Montrer que

$$(X^n)^{(i)}(0) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq n \\ n! & \text{si } i = n, \end{cases}$$

et que

$$((qX - p)^n)^{(i)}\left(\frac{p}{q}\right) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq n \\ n! q^n & \text{si } i = n. \end{cases}$$

3. En déduire que $(P_n)^{(k)}(0)$ et $(P_n)^{(k)}\left(\frac{p}{q}\right) \in \mathbb{Z} \quad \forall k \in \mathbb{N}^*$.

4. Vérifier qu' $\exists M \in \mathbb{R}^+ \sup_{[0, \pi]} |X(qX - p)| \leq \pi M$.

5. Montrer que $\forall p, q \in \mathbb{N}^* \quad I_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

Partie C (8 pts):

Supposons qu' $\exists p, q \in \mathbb{N}^*$ tels que $\pi = \frac{p}{q}$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad I_n \in \mathbb{Z}$

2. Montrer qu'il existe $N \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq N \quad I_{2n} = 0$.

3. En déduire que $P_{2n}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \forall n \geq N$.

4. Savez-vous ce que vous avez démontré ?

Problème 2 (9 pts):

Soient u_0, u_1 donnés dans $\mathbb{R}^{+,*}$ et $u_{n+2} = \frac{2}{1/u_{n+1} + 1/u_n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

On pose $v_n = 1/u_n$ et $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

1. Montrer que $u_n > 0, \quad \forall n \geq 2$.

2. Est ce que la suite $(u_n)_n$ peut être strictement croissante ou strictement décroissante ?

3. On pose $V_n = \begin{pmatrix} v_{n-1} \\ v_n \end{pmatrix}, \quad \forall n \geq 2$ et $V_1 = \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \end{pmatrix}$. Montrer, alors, que $V_n = A^{n-1} \cdot V_1$.

4. Soient $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$.

4.1. Calculer P^{-1} .

4.2. Calculer $P \cdot D \cdot P^{-1}$ et D^n .

4.3. Calculer $(P \cdot D \cdot P^{-1})^n$.

5. Déduire de ce qui précède que $V_n = P \cdot D^{n-1} \cdot P^{-1} \cdot V_1$ et trouver l'expression de v_n .

6. Trouver $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 22/07/08 - Durée : 3h 03mn

- N.B.** * La rédaction peut être en français ou en arabe
* La rigueur du raisonnement, la clarté de la rédaction et la qualité de la présentation seront des éléments importants d'appréciation de la copie.

|| Exercice I , Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts) ||

- Q1.1** Résoudre le système des équations linéaires suivant : $x + 2y + 3z = 0$, $3x + y + 2z = 1$ et $2x + 3y + z = 2$
- Q1.2** Soit A , B et C trois ensembles non vide et on suppose que $A \cap B = A \cap C$ et $A \cup B = A \cup C$. Que peut-on dire de B et C ? (avec justification)
- Q1.3** Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère les points A , B et C de coordonnées respectives $(-1, 0)$, $(2, 4)$ et $(3, 3)$. Calculer l'aire du triangle ABC .
- Q1.4** On considère l'énoncé $\mathcal{P}$: " Si le carreau est vert alors il est en marbre ". Donner la négation de $\mathcal{P}$.
- Q1.5** Soit $x \in \mathbb{R}$ et on considère l'équation : $x^2 + 1 = 0$. Nous pouvons encore l'écrire : $(x + 1)^2 - 2x = 0$ ou $(x + 1)^2 = 2x$. Comme un carré est toujours positif ou nul, on en déduit : $x \geq 0$. Mais notre équation de départ peut également s'écrire : $(x - 1)^2 + 2x = 0$ ou $2x = -(x - 1)^2$. Comme un carré est toujours positif ou nul, on en déduit : $x \leq 0$. On a vu que $x \geq 0$ et $x \leq 0$, donc $x = 0$. Pourtant 0 ne vérifie pas l'équation de départ. Où est l'erreur ? (avec explication)

|| Exercice II , Barème : 10 Pts (chaque question est notée sur 2Pts) ||

- Q2.1** Calculer $\int_0^{100} E(x) dx$
- Q2.2** Soit f une fonction dérivable et sa dérivée est continue sur $[a, b]$ avec $a < b$. On suppose que $\int_a^b f^4(x) dx = \int_a^b f^3(x) dx = \int_a^b f^2(x) dx$, montrer que f est constante sur $[a, b]$. (N.B. $f^2(x) = f(x)f(x)$)
- Q2.3** Soit f la fonction définie pour $x \neq 1$ par $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{|x-1|(x-1)^p}$ avec $p \in \mathbb{Z}$. Quelle valeur faut-il donner à $f(1)$ pour rendre f continue en 1 ?
- Q2.4** Une petite fille compte sur ses doigts : 1 sur le pouce, 2 sur l'index, 3 sur le majeur, 4 sur l'annulaire, 5 sur l'auriculaire, 6 sur l'annulaire, 7 sur le majeur, 8 sur l'index, 9 sur le pouce et ainsi de suite ... Son père lui demande ce qu'elle fait. " Je veux savoir sur quel doigt tombera 9999 " répond-elle. Pouvez-vous lui donner la réponse ?
- Q2.5** Il y a un an, Youssef avait l'âge " à l'envers " de sa mère (les mêmes chiffres lus dans l'autre sens). L'an prochain, Youssef aura l'âge " à l'envers de son père ". Cette année la somme des âges des parents est égale à 102. Quel est l'âge actuel de Youssef ?

Les réponses doivent figurer sur cette feuille de l'épreuve

|| Exercice III : QCM , Barème : 14Pts ||

Attention : Afin de pénaliser les réponses basées sur le hasard, l'exercice est noté en entier de la manière suivante : Notons par n et m respectivement le nombre de réponses justes et fausses. La note attribuée à l'exercice sera :

$$\begin{array}{ll} n+2 & \text{si } n \geq 10 \\ n & \text{si } m < 5 \\ 0 & \text{si } m \geq 5 \end{array}$$

“ La vie est complexe car nous avons tous une partie réelle et une partie imaginaire ”

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?	V ou F
Q3.01 : $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.02 : $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{N}, x = yz$	
Q3.03 : Sept cars (identiques) pleins aux deux tiers partent de Meknès à Fès, un quart des touristes descend de chaque car. Les trois quarts des touristes restants sont rassemblés dans trois cars.	
Q3.04 : Le produit de deux fonctions négatives décroissantes est une fonction croissante	
Q3.05 : Si a est un nombre réel quelconque et f une fonction définie et strictement décroissante sur $]a, +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	
Q3.06 : Une fonction ni continue ni monotone peut être bijective	
Q3.07 : Soient les fonctions $u(x) = \ln x$ et $v(x) = \frac{x+1}{x-1}$, on note par $\mathcal{D}_{u \circ v}$ et $\mathcal{D}_{v \circ u}$ les ensembles de définition respectifs de $u \circ v$ et $v \circ u$. On a $\mathcal{D}_{u \circ v} = \mathcal{D}_{v \circ u}$	
Q3.08 : On note F l'ensemble des applications f continues de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ vérifiant $\begin{cases} \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 & f(x+y)f(x-y) = (f(x)f(y))^2 \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$ La fonction $x \mapsto 2^{-x^2}$ appartient F	
Q3.09 : La fonction $f : x \mapsto x - 1 + \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$ si $x \neq 1$ et telle que $f(1) = 1$ admet une tangente en tout point de $\mathbb{R}$	
Q3.10 : On considère $I_1 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x} dx$ et $I_2 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos x} dx$, on a $I_1 = I_2$	
Q3.11 : L'équation $10x^3 + x - 1 = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $]0, 1[$	
Q3.12 : La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -(x^2 + 3x + 1)e^x$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' - y = (2x + 3)e^x$	

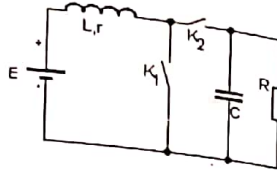
Exercice IV : Questions à réponse précise, Barème : 12Pts

Répondre dans la colonne réponse		
Barème	Question	Réponse
2Pts	Q4.01 : Citer parmi les propositions A, B, C et D celles qui sont équivalentes ? $\begin{cases} A : (P \implies Q) \implies R \\ B : (P \text{ et } Q) \implies R \\ C : P \implies (Q \implies R) \\ D : (P \implies R) \text{ et } (Q \implies R) \end{cases}$	
1Pt	Q4.02 : Soit $f : x \mapsto f(x)$ une fonction deux fois dérivable sur $] -1, 1[$ et soit la fonction $F : x \mapsto f(\sin t)$ définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Déterminer la dérivée seconde de F.	
1Pt	Q4.03 : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$	
2Pts	Q4.04 : On considère l'ensemble $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. a) Déterminer le cardinal de l'ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E. b) Soient $A = \{a, b, d, f\}$ un des sous-ensembles de E, calculer le nombre d'applications de E dans A.	
0Pt	Q4.05 : Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]1, +\infty[$ par : $g(x) = (x+1) \ln(x+1) - (x-1) \ln(x-1)$ Calculer $g'(x)$	
1Pt	Q4.06 : Calculer l'intégrale $\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx$	
2Pts	Q4.07 : Déterminer l'ensemble $f(I)$ dans les cas suivants : a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ et $I =]0, 1[$ b) $f(x) = \sin x$ et $I =]0, \pi]$	
1Pt	Q4.08 : Soit A le point de coordonnées $(1, -2)$ et $\mathcal{D}$ la droite d'équation $3x + 4y - 1 = 0$. Calculer la distance de A à $\mathcal{D}$.	
1Pt	Q4.09 : Calculer la partie réelle et imaginaire du complexe $(1 + i\sqrt{3})^9$	
1Pt	Q4.10 : Au fond d'un puits de 12 m se trouve un escargot. Pendant la journée, il grimpe de 3 m. Mais chaque nuit, il glisse de 2 m. Il commence son ascension le 1er juin à 8 heures. Quel jour et quelle heure sortira-t-il du puits ?	

Physique II (Electricité) :

Exercice 1 : On considère le montage électrique représenté sur la figure ci-dessous, il comporte :

- Un générateur de tension continue ($E=12V$).
 - Un condensateur C.
 - Une bobine d'inductance L et de résistance interne $r=1\Omega$.
 - Un conducteur ohmique de résistance $R=5\Omega$.
 - Deux interrupteurs K_1 et K_2 .
- Dans toutes les parties on note :
- $i_L(t)$ le courant dans la bobine.
 - $u_L(t)$ la tension aux bornes de la bobine.
 - $i_R(t)$ le courant dans R.
 - $u_R(t)$ la tension aux bornes de R.



Partie A : À l'instant $t=0$ on ferme K_1 et on ouvre K_2 . Sachant que $u_R(0)=10V$ et $i_L(0)=2A$.

- 1.1. Calculer les intensités des courants $i_R(0)$ et $i_R(\infty)$.
- 1.2. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $u_R(t)$.
- 1.3. Calculer C si à $t=0.5ms$ $u_R(t)=3.7V$.

La solution de l'équation différentielle à laquelle obéit $i_L(t)$ est de la forme $i_L(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ où A, B et $\tau=0.5ms$ sont des constantes.

- 1.4. Calculer A, B et L.
- 1.5. Donner l'expression de la tension $u_L(t)$ en fonction de t.

Partie B : on ferme K_2 et on ouvre K_1 .

- 1.6. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $i_L(t)$.
- 1.7. Calculer $i_L(\infty)$ et $u_R(\infty)$.

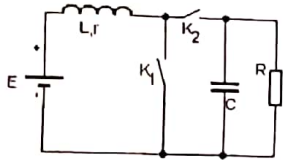
Exercice 2 : On considère le même montage électrique de l'exercice précédent, en remplaçant la bobine L par une autre bobine d'inductance L_0 et de résistance interne négligeable. u_R (tension aux bornes de R) est supposée constante.

Partie A : À l'instant $t=0$ on ferme K_1 et on ouvre K_2 .

- 2.1. Donner l'équation différentielle à laquelle obéit $i_L(t)$ (courant dans la bobine L_0).
- 2.2. Sachant que $i_L(0)=I_m$, calculer la valeur $I_m=i_L(\alpha T)$ (avec $0<\alpha<1$ et T en s).
- 2.3. En déduire l'expression de $\Delta I=I_m-I_m$ en fonction de E, L_0 , α et T.

Partie B : À l'instant $t=\alpha T$ on ferme K_2 et on ouvre K_1 .

- 2.4. Exprimer $i_L(t)$ en fonction de u_R , E, L_0 , α , T et t.
- 2.5. Sachant que $i_L(T)=I_m$, donner l'expression de u_R en fonction de E et α .



فزياء 2 (الكهرباء)
التمرين 1:
 نعتبر التركيب الكهربائي الممثل في الشكل أسفله والمكون من:

- مولد قوته الكهرومحرركة $E=12V$.
- مكثف سعته C.
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية $r=1\Omega$.
- موصل أومي مقاومته $R=5\Omega$.
- قاطعين للتيار K_1 و K_2 .

ليكن:

- $i_L(t)$ شدة التيار المار في الوشيعة.
- $u_L(t)$ التوتر بين مربطي الوشيعة.
- $i_R(t)$ شدة التيار المار في الموصل الأومي R.
- $u_R(t)$ التوتر بين مربطي الموصل الأومي R.

الجزء A: عند لحظة $t=0$ نغلق K_1 ونفتح K_2 .

علما أن $i_L(0)=2A$ و $u_R(0)=10V$

- 1.1. أحسب $i_R(0)$ و $i_R(\infty)$.
- 1.2. حدد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_R(t)$.
- 1.3. أحسب سعة المكثف C إذا علمت أنه عند $t=0.5ms$ $u_R(t)=3.7V$.

حل المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار $i_L(t)$ يكتب على شكل $i_L(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث $\tau=0.5ms$ و B و A قيم ثابتة

- 1.4. أحسب A, B و L.
- 1.5. أحسب التوتر $u_L(t)$ بدلالة t.

الجزء B: نغلق K_2 ونفتح K_1 .

- 1.6. حدد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i_L(t)$.
- 1.7. أحسب $i_L(\infty)$ و $u_R(\infty)$.

التمرين 2:

نعتبر التركيب الكهربائي السابق بحيث نعوض الوشيعة L بوشيعة أخرى تحريضها L_0 ومقاومتها الداخلية مهملة.

لنعتبر أن التوتر u_R له قيمة ثابتة

الجزء A: عند لحظة $t=0$ نغلق K_1 ونفتح K_2

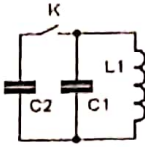
- 2.1. حدد المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار $i_L(t)$ (التيار المار من L_0)
- 2.2. علما أن $i_L(0)=I_m$ أحسب $i_L(\alpha T)$ بحيث $0<\alpha<1$ و T_0 قيمة بالثانية
- 2.3. استنتج $\Delta I=I_m-I_m$ بدلالة E, L_0, α و T

الجزء B: عند لحظة $t=\alpha T$ نغلق K_2 ونفتح K_1

- 2.4. أكتب $i_L(t)$ بدلالة u_R, E, L_0, α, T و t
- 2.5. علما أن $i_L(T)=I_m$ أحسب u_R بدلالة E و α

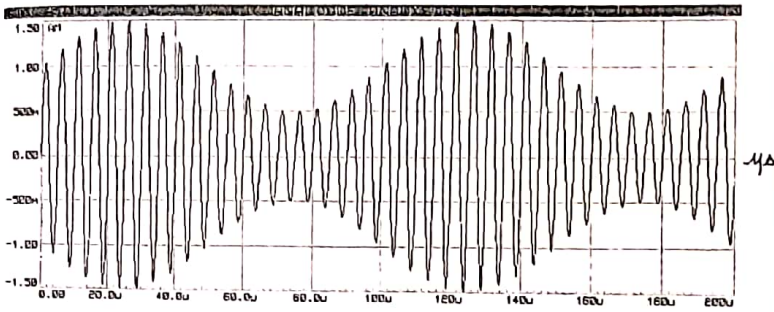
QCM Physique II (Electricité) :

1. On réalise le montage représenté sur la figure suivante. Le condensateur C_2 de capacité $10\mu F$ est chargé sous une tension de 20V. Lorsque K est ouvert un fréquencesmètre indique la valeur 356Hz comme fréquence des oscillations.



- 1.1. Calculer E_0 l'énergie stockée dans C_2
 - a. $2 \cdot 10^{-3} J$
 - b. $4 \cdot 10^{-3} J$
 - c. $10^{-3} J$
 - d. $10^{-4} J$
- À l'instant $t=0$ on ferme K le fréquencesmètre indique 290,7Hz
 - 1.2. Calculer la valeur de C_1
 - a. $10\mu F$
 - b. $20\mu F$
 - c. $30\mu F$
 - d. $40\mu F$
 - 1.3. Si on garde K fermé pendant très longtemps, l'énergie électrique totale dans le circuit :
 - a. est égale à E_0
 - b. diminue
 - c. augmente
 - d. s'annule

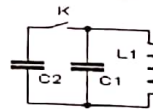
2. On donne le chronogramme d'un signal modulé en amplitude



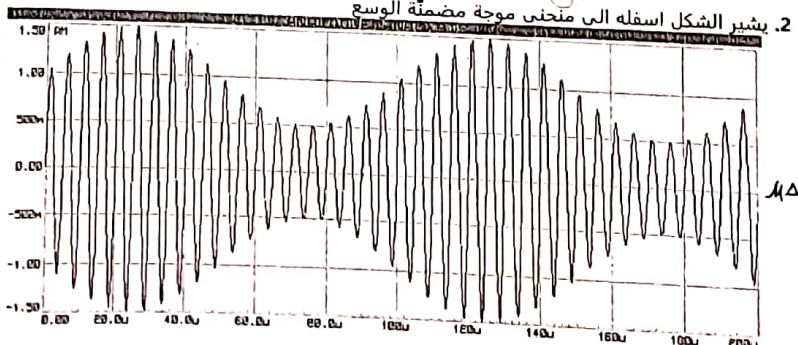
- 2.1. Quelle est la fréquence de la porteuse
 - a. 10kHz
 - b. 20kHz
 - c. 200kHz
 - d. 400kHz
- 2.2. Quelle est la fréquence du signal modulant
 - a. 10kHz
 - b. 20kHz
 - c. 200kHz
 - d. 400kHz
- 2.3. Que vaut l'indice de modulation
 - a. 100%
 - b. 200%
 - c. 25%
 - d. 50%

فزياء 2 (الكهرباء) QCM

1. نعتبر التركيب الكهربائي الممثل في الشكل بحيث: قمنا بشحن المكثف ذي السعة C_2 تحت توتر V20 عندما كان قاطع التيار K_2 مفتوحا اشرح مقياس التردد



- 1.1. أحسب الطاقة E_0 المخزنة في المكثف C_2 عند اللحظة $t=0$ نغلق K. يشير مقياس التردد إلى 290,7Hz
 - a. $2 \cdot 10^{-3} J$
 - b. $4 \cdot 10^{-3} J$
 - c. $10^{-3} J$
 - d. $10^{-4} J$
- 1.2. أحسب سعة المكثف C_1
 - a. $10\mu F$
 - b. $20\mu F$
 - c. $30\mu F$
 - d. $40\mu F$
- 1.3. إذا تركنا K مفتوحا لفترة زمنية طويلة، فإن الطاقة الإجمالية في الدارة تتبدد
 - a. تسارني E_0
 - b. تتناقص
 - c. تتزايد
 - d. تتبدد



- 2.1. أوجد تردد الموجة الحاملة
 - a. 10kHz
 - b. 20kHz
 - c. 200kHz
 - d. 400kHz
- 2.2. أوجد تردد الإشارة المضيفة
 - a. 10kHz
 - b. 20kHz
 - c. 200kHz
 - d. 400kHz
- 2.3. أحسب نسبة التضمين
 - a. 100%
 - b. 200%
 - c. 25%
 - d. 50%

Physique I (Mécanique)

On se propose d'étudier dans cet exercice le mouvement d'une bille ponctuelle de masse m . On note g la norme du champ de pesanteur supposé constante. La bille est attachée à une poulie à deux gorges de rayons r_1 et r_2 ($r_1 < r_2$), de moment d'inertie I_A , pouvant tourner autour d'un axe (A) horizontal, fixe et passant par son centre d'inertie. Les fils (1) et (2) sont indéformables, de masses négligeables et ne glissent pas sur les gorges de la poulie. Une extrémité du ressort (R) de raideur k , de longueur à vide l_0 et de masse négligeable est fixée au point A. On pose $\Delta l_0 = l_0 - l_0$ avec l_0 la longueur du ressort à l'équilibre. Le système (bille, poulie, ressort) considéré est représenté sur la figure 1.

Partie 1:

On néglige les frottements dans cette partie.

- Déterminer l'allongement Δl_0 du ressort à l'équilibre du système.
- On écarte la bille de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance de 5 cm et on l'abandonne sans vitesse initiale. L'instant initial correspond au passage de la bille par sa position d'équilibre pour la première fois vers le bas avec une vitesse de 0.25 m.s^{-1} .

Déterminer:

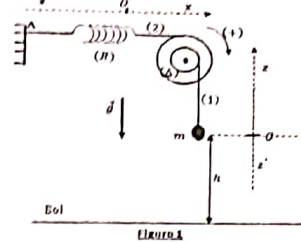
- 1.1. L'expression de l'énergie cinétique (E_c) du système.
- 1.2. L'expression de l'énergie potentielle (E_p) du système.
- 1.3. L'équation différentielle du mouvement de la bille en se basant sur l'étude énergétique.
- 1.4. Les grandeurs x_m et φ sachant que l'équation horaire du mouvement de la bille s'écrit comme suit: $z(t) = z_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
- 1.5. Calculer la période propre T_0 du mouvement de la bille. A.N

Partie 2:

A l'instant t_1 correspondant au passage de la bille par sa position d'équilibre pour la deuxième fois vers le bas, celle-ci se détache du fil (1) en chutant vers le sol d'une hauteur h . On se limite au cas où la poussée d'Archimède est négligeable. Au cours de son mouvement, la bille est soumise à une force de frottement visqueux de type $f = -\alpha v$ avec α constante positive.

Déterminer:

- 2.1. L'instant t_2 .
- 2.2. L'équation différentielle en vitesse du mouvement de la bille.
- 2.3. La vitesse limite de la bille (v_l). (Régime permanent)
- 2.4. L'instant t_3 lorsque la bille touche le sol.
- 2.5. La durée de chute de la bille.
- 2.6. L'équation horaire $z(t)$ du mouvement de la bille.



فيزياء I (الميكانيك)

من خلال هذا التمرين سنتت دراسة حركة نقطة مادية كتلتها m . نسمي g شدة مجال الجاذبية الذي نعتبره ثابتا. الكرة مرتبطة ببكرة مكونة من حافتين شعاعيهما r_1 و r_2 ($r_1 < r_2$) عزم قصورها I_A قابلة للدوران حول محور ثابت و افقي يمر بمركز ثقلها. الخيط (1) و (2) ذوا كتلة مهملة و غير قابلين للامتداد و لا ينزلقان حول شعيرتي البكرة طرف النابض (R) ذو الثابتة k و طول أصلي l_0 و كتلة مهملة مثبت في النقطة A. نضع $\Delta l_0 = l_0 - l_0$ حيث l_0 طول النابض عند توازن المجموعة المجموعة المدروسة (النابض، البكرة، الكرة) ممثلة في الشكل 1.

الجزء 1

نهمل الاحتكاكات في هذا الجزء.

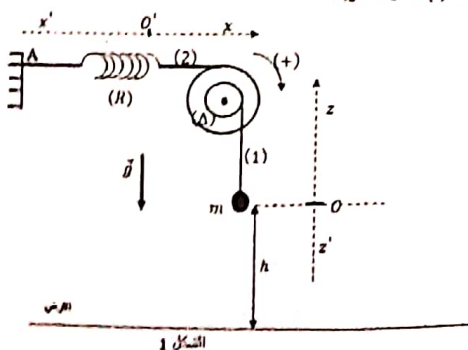
1. أوجد إبطا النابض Δl_0 عند توازن المجموعة.
2. نزع الكرة عن موضع توازنها إلى الأسفل بمسافة 5 cm و نطلقها بدون سرعة بدئية. نعتبر اللحظة البدئية لحظة مرور الكرة بموضع توازنها لأول مرة نحو الأسفل بسرعة قدرها 0.25 m.s^{-1} . أوجد:
 - 2.1. تفسير الطاقة الحركية (E_c) للمجموعة.
 - 2.2. تعبير طاقة الوضع (E_p) للمجموعة.
 - 2.3. المعادلة التفاضلية لحركة الكرة من خلال الدراسة الطاقية.
 - 2.4. المقادير x_m و φ علما ان المعادلة الزمنية لحركة الكرة نكتب على الشكل الآتي: $z(t) = z_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

3. احسب الدور الخاص T_0 لحركة الكرة. (ت.ع)

الجزء 2

في لحظة t_2 المناسبة لمرور الكرة بموضع توازنها للمرة الثانية نحو الأسفل ونقطع الخيط (1) فنسقط الكرة من ارتفاع h . نعتبر دافعة أرخميدس مهملة في هذه الدراسة. خلال حركتها تكون الكرة تحت تأثير قوة احتكاك مائعة نصيرها $f = -\alpha v$. (ت.ع) ثلثة موجبة) أوجد:

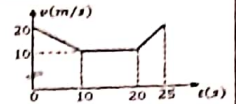
4. اللحظة t_2 .
5. المعادلة التفاضلية لسرعة الكرة.
6. السرعة الحدية للكرة (v_l). (النظام الدائم)
7. لحظة سقوط الكرة على الأرض.
8. المدة الزمنية لسقوط الكرة.
9. المعادلة الزمنية $z(t)$ لحركة الكرة.



الشكل 1

QCM Physique I (Mécanique)

1. Le diagramme des vitesses d'un mobile en mouvement rectiligne est le suivant:



1. L'équation du mouvement durant la 3^{ème} étape [20s, 25s] est:

- a. $v = 2t$ b. $v = 2t + 10$ c. $v = 2t - 30$ d. $v = 2t + 30$

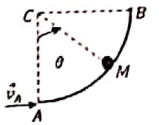
2. Le système des équations horaires d'un point matériel en mouvement est le suivant:

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sin(4t) \\ y = 2 + 3\sin(4t) \end{cases}$$

3. La trajectoire du mouvement du point matériel est:

- a. Cercle b. Ellipse c. Droite d. Parabole

3. On considère un mobile arrivant avec une vitesse constante v_A sur un rail de forme d'un quart de cercle (AB) de rayon r se trouvant dans un plan vertical. Les frottements sont négligeables.



- 3.1. L'intensité de la force T exercée par le rail sur le mobile en M est:

- a. $T = m(g + \frac{v_A^2}{r})$ b. $T = m(3g\cos\theta + \frac{v_A^2}{r})$ c. $T = m(g(3\cos\theta - 2) - \frac{v_A^2}{r})$ d. $T = m(g(3\cos\theta - 2) + \frac{v_A^2}{r})$

- 3.2. La condition nécessaire pour que le mobile arrive au point B est:

- a. $v_A \leq \sqrt{2gr}$ b. $v_A \geq \sqrt{2gr}$ c. $v_A \geq \sqrt{3gr}$ d. $v_A \leq \sqrt{3gr}$

4. Une balle de tennis de rayon r est lâchée en chute libre sans vitesse initiale d'une hauteur z_0 . Après chaque percussio (Choc) avec le sol, la balle remonte à une certaine hauteur et redescend. On note que la balle perd la moitié de son énergie cinétique qu'avait juste avant la percussio.

- 4.1. L'altitude z_n atteint par la balle après n percussions avec le sol est:

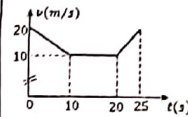
- a. $z_n = 2^n z_0$ b. $z_n = \frac{z_0}{2^n}$ c. $z_n = 2 z_0^n$ d. $z_n = \frac{z_0}{2^n}$

- 4.2. Sachant que $z_0 = 2.56 \text{ m}$ et $r = 2 \text{ cm}$, le nombre de percussions au bout duquel la balle s'arrête de rebondir (remonter) est:

- a. $n = 2$ b. $n = 4$ c. $n = 7$ d. $n = 10$

فيزياء I (الميكانيك) QCM

1. التمثيل المباني لسرعة متحرك في حركة مستقيمة على الشكل الآتي:



2. خلال المرحلة الثالثة [20s, 25s] المعادلة الزمنية للمتحرک هي:

- a. $v = 2t$ b. $v = 2t + 10$ c. $v = 2t - 30$ d. $v = 2t + 30$

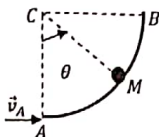
3. المعادلات الزمنية لحركة نقطة مادية نكتب على الشكل التالي:

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sin(4t) \\ y = 2 + 3\sin(4t) \end{cases}$$

4. مسار حركة النقطة المعالية هو:

- a. دائرة b. اهليج c. مستقيم d. ثلجم

5. يصل متحرك بسرعة v_A إلى سكة عمودية على شكل ربع دائرة مركزها C و شعاعها r. نهمل الاحتكاكات.



- 3.1. شدة القوة التي تطبقها السكة على المتحرك هي:

- a. $T = m(g + \frac{v_A^2}{r})$ b. $T = m(3g\cos\theta + \frac{v_A^2}{r})$ c. $T = m(g(3\cos\theta - 2) - \frac{v_A^2}{r})$ d. $T = m(g(3\cos\theta - 2) + \frac{v_A^2}{r})$

- 3.2. لكي يصل المتحرك إلى النقطة B يجب ان يتحقق الشرط الآتي:

- a. $v_A \leq \sqrt{2gr}$ b. $v_A \geq \sqrt{2gr}$ c. $v_A \geq \sqrt{3gr}$ d. $v_A \leq \sqrt{3gr}$

4. نطلق كرة تنس شعاعها r بدون سرعة بدئية من ارتفاع z_0 في سقوط حر. بعد كل اصطدام الكرة ترتفع إلى مستوى معين ثم تنزل. بعد كل اصطدام تنفذ الكرة نصف الطاقة الحركية المتوفرة لديها قبيل الاصطدام.

- 4.1. الارتفاع z_n الذي تصله الكرة بعد n اصطدام مع الأرض هو:

- a. $z_n = 2^n z_0$ b. $z_n = \frac{z_0}{2^n}$ c. $z_n = 2 z_0^n$ d. $z_n = \frac{z_0}{2^n}$

- 4.2. علما ان $z_0 = 2.56 \text{ m}$ و $r = 2 \text{ cm}$ عدد الاصطدامات التي من خلالها تتوقف الكرة عن الارتفاع عن سطح الأرض هو:

- a. $n = 2$ b. $n = 4$ c. $n = 7$ d. $n = 10$

DIRECTIVES :

- L'épreuve de mathématique = questions à réponses précises (1/2 et 2/2)
- Répondre sur la feuille « fiche des réponses » (2/2)
- La calculatrice est strictement interdite

BAREME :

Une réponse juste : 2pts, une réponse fautive ou pas de réponse : 0pts

Q1	Calculer la limite : $Q_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^3 + 1} + \frac{2n}{n^3 + 2} + \frac{3n}{n^3 + 3} + \dots + \frac{n \cdot n}{n^3 + n} \right)$	احسب النهاية: $Q_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^3 + 1} + \frac{2n}{n^3 + 2} + \frac{3n}{n^3 + 3} + \dots + \frac{n \cdot n}{n^3 + n} \right)$	1س
Q2	Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Calculer $Q_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$	ليكن $n \in \mathbb{N}$. نضع $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. احسب $Q_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$	2س
Q3	Soit g définie par $g(x) = \ln \left(\frac{2\sqrt{x}}{1+x^2} \right)$. Est-ce que la courbe de la fonction g admet un point d'inflexion ? si oui, déterminer son abscisse.	بعض الدالة g المعرفة بما يلي: $g(x) = \ln \left(\frac{2\sqrt{x}}{1+x^2} \right)$. هل منحنى الدالة g يقبل نقطة انعطاف؟ إذا كان الجواب نعم، يحدد أفضولها.	3س
Q4	Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln \frac{x^2-3}{e^{2x}+7}$ et de courbe (C_f) . Déterminer la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$?	بعض الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = \ln \frac{x^2-3}{e^{2x}+7}$ وليكن (C_f) منحنى f . حدد طبيعة الفرع اللانهائي لـ (C_f) بجوار $+\infty$.	4س
Q5	Soit h la fonction définie par $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. Calculer $h^{-1}(0)$.	بعض الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. احسب $h^{-1}(0)$.	5س
Q6	Calculer la limite : $Q_6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$	احسب النهاية: $Q_6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$	6س
Q7	Soient $a \in \mathbb{R}$ et a une solution de l'équation $z^2 - 2 \cos(a) z = -1$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer $Q_7 = a^n + \frac{1}{a^n}$	ليكن a عددا حقيقيا و a حلا للمعادلة $z^2 - 2 \cos(a) z = -1$. لكل $n \in \mathbb{N}$ ، احسب $Q_7 = a^n + \frac{1}{a^n}$	7س
Q8	Soient $a = i\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{3} \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ et soit $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ avec $\theta \in]0, \pi[$ et $r > 0$. Déterminer r et θ pour que les 3 nombres complexes a, λ et b soient, dans cet ordre, les 3 termes consécutifs d'une suite géométrique.	نضع $a = i\sqrt{3}$ و $b = \sqrt{3} \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ و $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ و $\theta \in]0, \pi[$ و $r > 0$. حدد r و θ لكي تكون الأعداد العقدية a, λ و b في هذا الترتيب، 3 حدود متوالية لمتتالية هندسية.	8س
Q9	Calculer la limite : $Q_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	احسب النهاية: $Q_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	9س
Q10	En utilisant l'intégration par parties, calculer l'intégrale suivante : $Q_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^4 x \sin x \, dx$	باستعمال التكامل بالأجزاء، احسب التكامل التالي: $Q_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^4 x \sin x \, dx$	10س
Q11	Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \int_0^1 t^n \tan t \, dt$. Calculer $Q_{11} = \lim_{n \rightarrow \infty} n I_n - 1$.	لكل $n \in \mathbb{N}$ ، نضع: $I_n = \int_0^1 t^n \tan t \, dt$. احسب النهاية $Q_{11} = \lim_{n \rightarrow \infty} n I_n - 1$.	11س
Q12	On considère l'équation différentielle suivante : $y'' - 4y' + 20y = 0$ avec $y(0) = 2$ et $\int_0^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0$ Calculer $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (On donne $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{at} \sin bt \, dt = -\frac{be^{an} \cos(bn) - ae^{an} \sin(bn) - b}{a^2 + b^2}$)	نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $y'' - 4y' + 20y = 0$ بحيث $y(0) = 2$ و $\int_0^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0$ احسب $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (يعطى $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{at} \sin bt \, dt = -\frac{be^{an} \cos(bn) - ae^{an} \sin(bn) - b}{a^2 + b^2}$)	12س
Q13	Soit S l'ensemble des solutions de l'équation : $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$ Déterminer $\text{card}(S \cap]-\pi, 0])$.	نعتبر المعادلة التالية: $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$ حدد عدد حلول هذه المعادلة في المجال $]-\pi, 0]$.	13س
Q14	Résoudre, dans $]0, \frac{\pi}{2}[$, l'inéquation suivante : $2(\sin x)(\tan x) - 3 > 0$	حل في $]0, \frac{\pi}{2}[$ المتراجحة التالية: $2(\sin x)(\tan x) - 3 > 0$	14س
Q15	Une boîte A contient 3 jetons numérotés 1, 2, 4. Une boîte B contient 6 jetons numérotés 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton de A , on lit le nombre a porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans A . On effectue la même opération pour B , soit b le numéro du jeton tiré de B . A ce couple (a, b) on associe le point $M(a, b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.	تحتوي علبة A على 3 بيدات مرقمة 1، 2، 4. وتحتوي علبة B على 6 بيدات مرقمة 0، 3، 3، 5، 5، 5. نسحب عشوائيا و بإحلال بيدة من العلبة A ، لكن a رقم البيدة المسحوبة. نعيد نفس العملية للعلبة B وليكن b رقم البيدة المسحوبة من B . كل زوج (a, b) نربطه بنقطة هندسية $M(a, b)$. ما احتمال أن تكون النقطة $M(a, b)$ على الإهليلج ذو المعادلة $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$	15س
Q16	Soit n un nombre entier naturel impair supérieur ou égal à 3. Une boîte contient n boules blanches numérotées de 1 à n et elle contient $n+1$ boules noires numérotées de 1 à $n+1$. On tire au hasard et simultanément deux boules de la boîte. Soit p la probabilité de l'évènement : « obtenir deux boules dont la somme des numéros est n ». Quelle est la valeur de n pour laquelle p est maximale.	ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا أكبر من أو يساوي 3. تحتوي علبة على n كرة بيضاء مرقمة من 1 إلى n وعلى $n+1$ كرة سوداء مرقمة من 1 إلى $n+1$. نسحب عشوائيا وأبنا كرتين من العلبة. ليكن p احتمال الحدث: « الحصول على كرتين مجموع رقميهما هو n ». ماهي قيمة n التي من أجلها p له قيمة قصوى.	16س
Q17	Soient a et b des entiers. Déterminer tous les couples (a, b) tels que : $7^a - 3 \times 2^b = 1$	ليكن a و b عنصرين من $\mathbb{N}$. حدد جميع الأزواج (a, b) التي تحقق: $7^a - 3 \times 2^b = 1$	17س
Q18	On considère, dans l'espace, les points $A(1,0,1)$, $B(0,1,0)$, $C(0,1,1)$ et $D(1,1,0)$ et la droite (Δ) qui passe par D et dont le vecteur directeur est $\vec{u}(1,1,-1)$. Déterminer l'intersection du plan (ABC) avec la droite (Δ) .	نعتبر في الفضاء النقط: $A(1,0,1)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,1,1)$ و $D(1,1,0)$ والمستقيم (Δ) المار من D والموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,1,-1)$. حدد تقاطع المستوي (ABC) والمستقيم (Δ) .	18س
Q19	On considère, dans l'espace, les points $A(2,-3,-3)$, $B(3,-2,2)$, $C(1,1,0)$ et $D(-1,0,-1)$. Calculer le volume de $DABC$.	نعتبر في الفضاء النقط: $A(2,-3,-3)$ و $B(3,-2,2)$ و $C(1,1,0)$ و $D(-1,0,-1)$. احسب حجم رباعي الأوجه $DABC$.	19س
Q20	Le rectangle représenté est formé de 9 carrés. Le petit carré noir a 1,5 cm de côté et le carré hachuré a 15 cm de côté. Quelles sont les deux dimensions L (longueur) et l (largeur) du rectangle ?	يتكون المستطيل الممثل جابه من 9 مربعات. ليكن L طول هذا المستطيل وليكن l عرضه. طول ضلع المربع الأسود الصغير هو 1,5 cm وطول ضلع المربع المحدث هو 15 cm. احسب L و l .	20س